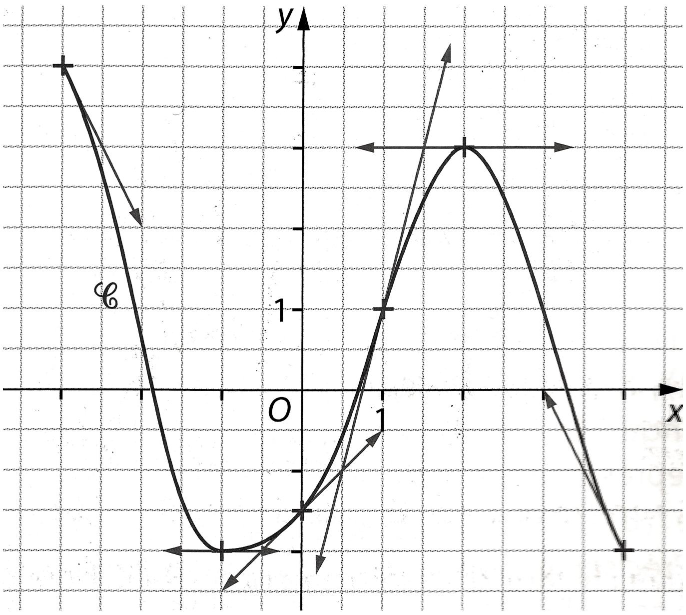
Exercice 1 : *(5 points)*

Entourer **la** réponse exacte sur l'énoncé sans aucune justification.



1. D'après le graphique,

   (a) $f'(-3) = 2$

   (b) $f'(-3) = -0,5$

   (c) $\boxed{f'(-3) = -2}$

2. D'après le graphique, l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est

   (a) $\boxed{y = 4x - 3}$

   (b) $y = -4x + 3$

   (c) $y = 3x + 4$

3. D'après le graphique, le taux d'accroissement t entre 0 et 2 de la fonction f vaut :

   (a) $-2,25$

   (b) 2

   (c) $\boxed{\dfrac{9}{4}}$

4. Si $f(x) = x^2 - 1$, alors le taux d'accroissement t' de la fonction f entre 5 et $5 + h$ est donné par :

   (a) $t' = h$ (b) $t' = 10$ (c) $\boxed{t' = 10 + h}$

5. Si $f(-7) = 5$ et $f(-7 + h) = h^3 + 2h + 5$ alors :

   (a) $f'(-7) = 0$ (b) $\boxed{f'(-7) = 2}$ (c) $f'(-7) = -2$

Exercice 2 : *(2 points)*

Existe-t'il un deux nombres dont la somme vaut 1 et le produit vaut 3 ? Justifier la réponse.

Deux nombre x_1 et x_2 dont la somme vaut 1 et le produit vaut 3 existent si et seulement si il

$$x^2 - x + 3 = 0.$$

/1 point

Soit Δ le discriminant de l'équation $x^2 - x + 3 = 0$:

$$\begin{aligned}
\Delta &= b^2 - 4ac \\
&= (-1)^2 - 4 \times 1 \times 3 \\
&= 1 - 12 \\
&= -11
\end{aligned}$$

Comme $\Delta < 0$, l'équation $x^2 - x + 3 = 0$ n'admet pas de solution et donc il n'existe par deux nombre 1 et leur produit 3.

/1 point

Exercice 3 : *(5 points)*

On veut résoudre l'équation :

$$(E)\ :\ x^4+x^2-12=0$$

1. Résoudre l'équation $u^2+u-12=0$.

Soit Δ le discriminant de $2u^2+2u-24=0$:

$$\begin{aligned}\Delta &= 2^2-4\times 2\times(-24)\\ &= 4+192\\ &= 196\end{aligned}$$

Comme $\Delta>0$, $2u^2+2u-24=0$ admet deux solutions :

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{-2-\sqrt{196}}{4}\\ &= \frac{-2-14}{4}\\ &= \frac{-16}{4}\\ &= -4\end{aligned}\qquad \text{et} \qquad \begin{aligned}u_2 &= \frac{-2+\sqrt{196}}{2\times 2}\\ &= \frac{-2+14}{4}\\ &= \frac{12}{4}\\ &= 3\end{aligned}$$

Le $2u^2+2u-24=0$ sont -4 et 3.

/3 points

2. En effectuant le changement de variable $u=x^2$, résoudre l'équation (E).

En po $u=x^2$, on a :

$$\begin{aligned}2x^4+2x^2-24=0 &\iff 2(x^2)^2+2x^2-24=0\\ &\iff 2u^2+2u-24=0\end{aligned}$$

u e $2u^2+2u-24=0$.

Comme u e x, u e

u étant po $u_1=-4$ n'e

Ainsi, on a :

$$\begin{aligned}u_2=3 &\iff x^2=3\\ &\iff x=-\sqrt{3}\ \text{ ou }\ x=\sqrt{3}\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble de solutions de $2x^4+2x^2-24=0$ e

$$\left\{-\sqrt{3};\sqrt{3}\right\}.$$

/2 points

Exercice 4 : ***(7 points)***

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 + 12x - 14.$$

Cette exercice est divisé en deux parties. Les résultats obtenus dans l'une des parties peuvent être réutilisés dans une partie suivante.

Partie A : Second degré

1. Démontrer (sans développer le résultat suivant) que la forme canonique de la fonction f est :

$$f(x) = 2(x+3)^2 - 32$$

Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a :

$$\begin{aligned} f(x) &= 2x^2 + 12x - 14 \\ &= 2(x^2 + 6x + 9 - 9) - 14 \\ &= 2(x^2 + 2 \times 3 \times x + 3^2) - 18 - 14 \\ &= 2(x+3)^2 - 32 \end{aligned}$$

Ainsi, la forme canonique de la fonction f e

$$f(x) = 2(x+3)^2 - 32.$$

/1 point

2. Déterminer la forme factorisée éventuelle de la fonction f.

Soit Δ le discirimінant de la fonction f.
On a alors :

$$\begin{aligned} \Delta &= 12^2 - 4 \times 2 \times (-14) \\ &= 256 \end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, la fonction f admet deux racine

$$\begin{aligned} x_1 &= \frac{-12 - \sqrt{256}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-12 - 16}{4} \\ &= -\frac{28}{4} \\ &= -7 \end{aligned} \qquad \begin{aligned} x_2 &= \frac{-12 + \sqrt{256}}{2 \times 2} \\ &= \frac{-12 + 16}{4} \\ &= \frac{4}{4} \\ &= 1 \end{aligned}$$

Ainsi, la forme factorisée de la fonction f e

$$f(x) = 2(x-1)(x+7)$$

/1 point

Partie B : Dérivée locale

1. (a) Justifier que le taux d'accroissement de la fonction f entre -3 et $-3+h$ ($h \neq 0$) est $2h$.

On a :

$$f(-3) = 2\times(-3)^2 + 12\times(-3) - 14 = -32$$

$$\begin{aligned} f(-3+h) &= 2(-3+h)^2 + 12\times(-3+h) - 14 \\ &= 18 - 12h + 2h^2 + 12h - 36 - 14 \\ &= 2h^2 - 32. \end{aligned}$$

Soit t le taux d'accroissement de la fonction f entre -3 et $-3+h$ $(h \neq 0)$:

$$\begin{aligned} t &= \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h} \\ &= \frac{2h^2 - 32 - (-32)}{h} \\ &= \frac{2h^2}{h} \\ &= 2h. \end{aligned}$$

/1 point

(b) En déduire que f est dérivable en -3 et en déduire $f'(-3)$.

Lorsque h tend vers 0, $2h$ tend vers 0.

Ainsi, f e -3 et $f'(-3) = 0$.

/1 point

(c) Déterminer l'équation (sous forme réduite) de la tangente $\mathscr{T}_{-3}$ à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse -3.

On a :

$$\begin{aligned} y = f'(a)(x-a) + f(a) &\iff y = f'(-3)(x+3) + f(3) \\ &\iff y = 0(x+3) - 32 \\ &\iff y = -32. \end{aligned}$$

Finalement, $\mathscr{T}_{-3} : y = -32$.

/1 point

2. On appelle $\mathscr{T}_1$ la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1.

(a) Calculer le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{T}_1$.

Le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{T}_1$ corre $f'(1)$.

On a :

$$f(1) = 2\times(1)^2 + 12\times 1 - 14 = 0$$

$$\begin{aligned} f(1+h) &= 2(1+h)^2 + 12\times(1+h) - 14 \\ &= 2 + 4h + 2h^2 + 12 + 12h - 14 \\ &= 2h^2 + 16h \end{aligned}$$

Soit t' le taux d'accroissement de la fonction f entre 1 et $1+h$ $(h \neq 0)$:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{f(1+h)-f(1)}{h} \\ &= \frac{2h^2+16h}{h} \\ &= \frac{h(2h+16)}{h} \\ &= 2h+16. \end{aligned}$$

Lorsque h tend vers 0, $2h+16$ tend vers 16.

Ainsi, f e 1 et $f'(1)=16$.

/1,5 point

(a) Les tangentes $\mathscr{T}_1$ et $\mathscr{T}_{-3}$ sont-elles parallèles ? Justifier.

On sait que deux droite

Le $\mathscr{T}_1$ et $\mathscr{T}_{-3}$ ne sont pas parallèle

/0,5 point

Exercice 5 : ***(4 points)***

On définit la fonction k sur $\mathbb{R}$ par :

$$k(x) = \begin{cases} -x+7 & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant 5 \\ 2x-6 & \text{si } 5 < x \leqslant 10 \\ -2x+34 & \text{sinon} \end{cases}$$

1. Calculer les images de 1 ; 5 ; 8 et 12 par la fonction k.

   On a :

   $$k(1) = -1+7 = 6$$

   $$k(5) = -5+7 = 2$$

   $$k(8) = 2\times 8 - 6 = 10.$$

   $$k(12) = -2\times 12 + 34 = 10$$

   /2 points

2. Compléter la fonction Python ci-contre pour que Python calcule l'image de x par la fonction k :

```
def k(x) :
    if 0<x and x<=5 :
        y=-x+7
    elif 5<x and x<=10 :
        y=2*x-6
    else :
        y=-2*x+34
    return(y)
```

/2 points