

# Chapitre 7

## Calcul Littéral : Partie 1

### Sommaire

---

<b>I. Développer et factoriser</b> . . . . .	<b>2</b>
1. Développer . . . . .	2
2. Factoriser . . . . .	2
<b>II. Les identités remarquables</b> . . . . .	<b>3</b>
<b>III. Calculer avec des fractions</b> . . . . .	<b>4</b>

---

## I. Développer et factoriser

L'objectif de cette partie est de revoir ce que signifie développer une expression, factoriser une expression et de revoir les méthodes vues au collège sur ces transformations d'expressions.

### 1. Développer

#### Définition 7.1 : — Développer

Développer c'est transformer un produit en une somme (ou différence), en utilisant la distributivité.

#### Exemple 7.2 :

Dire si les nombres suivants sont écrits sous leur forme développée :

$$1. A = x^2 - 4x; \quad | \quad 2. B = 2(4x - 1).$$

#### Propriété 7.3 : — Distributivité

La distributivité :

$$\xrightarrow{\text{Développer}} \\ A(B + C) = A \times B + A \times C.$$

$$A(B - C) = A \times B - A \times C.$$

La double distributivité :

$$\xrightarrow{\text{Développer}} \\ (A + B)(C + D) = A \times C + A \times D + B \times C + B \times D.$$

#### Exemple 7.4 :

Développer les égalités suivantes :

$$1. C = x(x^2 - 5x + 1);$$

$$2. D = (2x + 1)(-4x + 7).$$

#### ✎ Exercice(s) :

Déterminer la forme développée de chacune des expressions suivantes :

1.  $A = (x - 1)(7x + 3) + 5(7x - 3);$
2.  $B = (x - 8)(9x + 1) - 3(3 - 3x);$
3.  $C = (x - 5)(9x + 3) + 5(9x - 3);$
4.  $D = 2(5x + 3)(x + 5) - 5(9x + 5).$

### 2. Factoriser

#### Définition 7.5 : — Factoriser

Factoriser c'est transformer une somme en produit.

#### Exemple 7.6 :

Dire si les nombres suivants sont écrits sous leur forme factorisée :

$$1. E = x^2 - 4x; \quad | \quad 2. F = 2(4x - 1).$$

#### Propriété 7.7 : — Distributivité

La distributivité :

$$\xleftarrow{\text{Factoriser}} \\ A(B + C) = A \times B + A \times C.$$

$$A(B - C) = A \times B - A \times C.$$

La double distributivité :

$$\xleftarrow{\text{Factoriser}} \\ (A + B)(C + D) = A \times C + A \times D + B \times C + B \times D.$$

#### Exemple 7.8 :

Factoriser les égalités suivantes :

$$1. G = x^2 - 5x;$$

$$2. H = 3x^3 - 6x^2 + 9x.$$

#### ✎ Exercice(s) :

Déterminer la forme factorisée de chacune des expressions suivantes :

1.  $E = 7(9 - 5x) - (9 - 5x)(8x + 2);$
2.  $F = (6 - 5x)(x - 7) - 8x(6 - 5x);$
3.  $G = (8 - x)(2x + 6) - 6(2x + 6);$
4.  $H = -(4x + 1)(6 - x) + 5x(6 - x).$

## II. Les identités remarquables

### Propriété 7.9 :

On a 3 identités remarquables :

$$\overleftarrow{\text{Développer}} \\ (A + B)^2 = A^2 + 2AB + B^2.$$

$$(A - B)^2 = A^2 - 2AB + B^2.$$

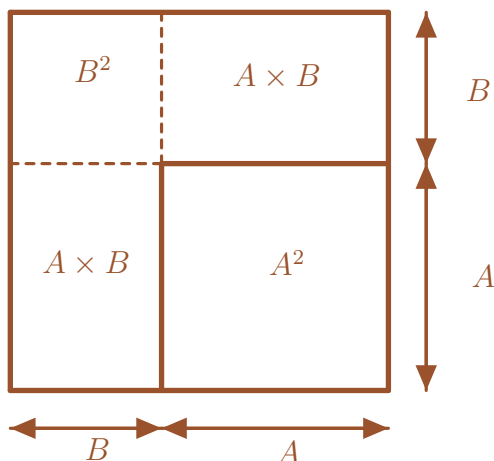
$$(A + B)(A - B) = A^2 - B^2.$$

$\overleftarrow{\text{Factoriser}}$

### Démonstration 7.10 :

On a :

$$\begin{aligned} (A + B)^2 &= (A + B)(A + B) \\ &= A \times A + A \times B + B \times A + B \times B \\ &= A^2 + 2AB + B^2. \end{aligned}$$



On a :

$$\begin{aligned} (A - B)^2 &= (A - B)(A - B) \\ &= A \times A - A \times B - B \times A + B \times B \\ &= A^2 - 2AB + B^2. \end{aligned}$$

On a :

$$\begin{aligned} (A - B)(A + B) &= A^2 + AB - BA - B^2 \\ &= A^2 - B^2. \end{aligned}$$

□

### Exemple 7.11 :

1. Développer, à l'aide des identités remarquables, les expressions suivantes :

(a)  $I = (x - 2)^2$ ;

(b)  $J = (3x - 1)(3x + 1)$ .

2. Factoriser, à l'aide des identités remarquables, les expressions suivantes :

(a)  $K = 144 - x^2$ ;

(b)  $L = 49 + 14x + x^2$ .

### Complément(s) :

Savoir-faire 2 « Développer à l'aide des identités remarquables » page 44.

### Complément(s) :

Vidéo « Développer à l'aide des identités remarquables ».



### Exercice(s) :

Exercice 61 page 51.

### Complément(s) :

Savoir-faire 3 « Factoriser à l'aide des identités remarquables » page 45.

### Complément(s) :

Vidéo « Factoriser à l'aide des identités remarquables ».



### Exercice(s) :

Exercice 67 page 51.

### III. Calculer avec des fractions

**Définition 7.14 :** — *Fraction* —

Une fraction est un quotient de deux nombres (ou expressions) dont le dénominateur est non nul.

$$\frac{A}{B}$$

$A$  est le numérateur et  $B$  le dénominateur.

**Exemple 7.15 :** —

Donner la valeur du dénominateur et du numérateur :

$$\begin{array}{l|l} 1. M = \frac{12}{23}; & 3. O = \frac{x-1}{-2x+7}. \\ 2. N = \frac{3x-1}{4}; & \end{array}$$

**Propriété 7.16 :** —

Pour tout  $A \in \mathbb{R}$ ,  $B \neq 0$  et  $C \neq 0$ , on a :

$$\frac{A}{B} = \frac{A \times C}{B \times C}$$

$$A \times \frac{B}{C} = \frac{A \times B}{C} = \frac{A}{C} \times B = A \times B \times \frac{1}{C}.$$

**Remarque 7.17 :** —

Cette dernière propriété permet de simplifier un quotient.

Avant de simplifier, il faut factoriser numérateur ET dénominateur.

**Exemple 7.18 :** —

Simplifier les quotients suivants :

$$\begin{array}{l|l} 1. P = \frac{33}{121}; & 3. R = \frac{x^2-4}{x+2}. \\ 2. Q = \frac{3x-12}{4x-16}; & \end{array}$$

**Définition 7.19 :** *Fraction irréductible* —

Une fraction est dite irréductible lorsque si et seulement si son numérateur et son dénominateur n'ont pas de diviseur en commun.

**Exemple 7.20 :** —

Ecrire sous une forme irréductible les fractions suivantes :

$$\begin{array}{l|l} 1. S = \frac{27}{4}; & 3. U = \frac{150}{105}. \\ 2. T = \frac{18}{4}; & \end{array}$$

**Exercice(s) :** —

Exercices 44 et 45 page 55.

**Propriété 7.21 :** —

Pour tous  $A \in \mathbb{R}$ ,  $B \neq 0$  et  $C \in \mathbb{R}$ , on a :

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{B} = \frac{A+C}{B} \quad \text{et} \quad \frac{A}{B} - \frac{C}{B} = \frac{A-C}{B}.$$

De plus, pour tous  $A \in \mathbb{R}$ ,  $B \neq 0$ ,  $C \in \mathbb{R}$  et  $D \neq 0$ , on a :

$$\frac{A}{B} + \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} + \frac{CB}{BD} = \frac{AD+BC}{BD}$$

$$\frac{A}{B} - \frac{C}{D} = \frac{AD}{BD} - \frac{CB}{BD} = \frac{AD-BC}{BD}.$$

**Exemple 7.22 :** —

Calculer (en écrivant sous la forme d'une fraction) les nombres suivants :

$$\begin{array}{l|l} 1. V = \frac{12}{7} - \frac{9}{7}; & 3. X = \frac{4}{5} + \frac{7}{3} \\ 2. W = \frac{3}{x} + \frac{x+1}{x-1}; & 4. Y = \frac{8-x}{x-2} - \frac{x}{x+5}. \end{array}$$

**Complément(s) :** —

Savoir-faire 1 page 44 : « Transformer une écriture fractionnaire ».

**Exercice(s) :** —

Exercices 49 et 50 page 50.

**Propriété 7.23 :**

Pour tous  $A \in \mathbb{R}$ ,  $B \neq 0$ ,  $C \in \mathbb{R}$  et  $D \neq 0$ , on a :

$$\frac{A}{B} \times \frac{C}{D} = \frac{A \times C}{B \times D}$$

Pour tous  $A \in \mathbb{R}$ ,  $B \neq 0$ ,  $C \neq 0$  et  $D \neq 0$ , on a :

$$\frac{\frac{A}{B}}{\frac{C}{D}} = \frac{A}{B} \times \frac{D}{C} = \frac{AD}{BC}$$

**Exemple 7.24 :**

Calculer (en écrivant sous la forme d'une fraction) les nombres suivants :

$$1. Z = \frac{5}{2} \times \frac{3}{10}$$

$$2. \Omega = \frac{x}{2x-1} \times \frac{x-3}{x+5}$$

$$3. \Gamma = \frac{3x-7}{\frac{2x}{7x}}$$

$$4. \Delta = \frac{\frac{x}{x+3}}{5}$$