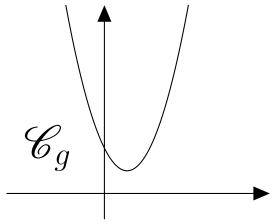
Exercice 1 : *(6 points)*

1. La forme canonique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 8x - 7$ est :

   (a) $-(x+4)^2 + 9$ (b) $(x-4)^2 + 9$ (c) $\boxed{-(x-4)^2 + 9}$ */1,5 point*

2. D'après la représentation graphique de la fonction g donnée ci contre,



   (a) $\Delta = 0$
   (b) $\boxed{\Delta < 0}$
   (c) $\Delta > 0$ */1,5 point*

3. Soit $\mathscr{C}_h$ la représentation graphique d'un trinôme h et Δ le discriminant de h tel que $\Delta > 0$. Alors :
   (a) $\boxed{\text{il y a deux points d'intersections entre } \mathscr{C}_h \text{ et l'axe des abscisses.}}$
   (b) il y a deux points d'intersection entre $\mathscr{C}_h$ et l'axe des ordonnées.
   (c) il n'y a pas de point d'intersection entre $\mathscr{C}_h$ et l'axe des abscisses. */1,5 point*

4. Le trinôme $2x^2 - 12x + 18$ possède :

   (a) $\boxed{\text{une seule racine.}}$ (b) aucune racine. (c) deux racines distinctes.

   /1,5 point

Exercice 2 : *(10 points)*

1.(a) On a :

$$\begin{aligned}(x-2)^2 - 4x^2 = 0 &\iff (x-2)^2 - (2x)^2 = 0\\ &\iff (x-2-2x)(x-2+2x) = 0\\ &\iff (-x-2)(3x-2) = 0\\ &\iff -x-2 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x-2 = 0\\ &\iff -x = 2 \quad \text{ou} \quad 3x = 2\\ &\iff x = -2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Finalement, l'ensemble des solutions de $(x-2)^2 - 4x^2 = 0$ est :

$$\left\{-2; \frac{2}{3}\right\}.$$

/2,5 points

(b) On a :

$$\begin{aligned}2(x+2)^2 = 32 &\iff (x+2)^2 = 16\\ &\iff x+2 = \sqrt{16} \quad \text{ou} \quad x+2 = -\sqrt{16}\\ &\iff x+2 = 4 \quad \text{ou} \quad x+2 = -4\\ &\iff x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -6\end{aligned}$$

Finalement, l'ensemble des solutions de $2(x+2)^2 = 32$ est :

$$\Big\{-6; 2\Big\}.$$

/2,5 points

2.(a) Soit Δ le discriminant de l'équation $3x^2 - x - 4 = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac\\ &= (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-4)\\ &= 1 + 48\\ &= 49\end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, l'équation $3x^2 - x - 4 = 0$ admet deux solutions :

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1-\sqrt{49}}{2\times 3}\\ &= \frac{1-7}{6}\\ &= \frac{-6}{6}\\ &= -1\end{aligned} \qquad \text{et} \qquad \begin{aligned}x_2 &= \frac{1+\sqrt{49}}{2\times 3}\\ &= \frac{1+7}{6}\\ &= \frac{8}{6}\\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

Finalement, l'ensemble des solutions de $3x^2 - x - 4 = 0$ est :

$$\left\{-1; \frac{3}{4}\right\}.$$

/3 points

(b) On a :

$$-2x^2 = x + 5 \iff -2x^2 - x - 5 = 0$$

Soit Δ le discriminant de l'équation $-2x^2 - x - 5 = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta &= (-1)^2 - 4 \times (-2) \times (-5)\\ &= 1 - 40\\ &= -39\end{aligned}$$

Comme $\Delta < 0$, l'équation $-2x^2 - x - 5 = 0$ n'admet pas de solution et donc l'équation $-2x^2 = x + 5$ non plus.

/2 points

Exercice 3 : ***(5 points)***

1. On a :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-b}{2a}\\ &= \frac{5}{2\times(-1)}\\ &= -\frac{5}{2}\\ &= -2,5\end{aligned}$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned}\beta &= f(-2,5)\\ &= -(-2,5)^2 - 5 \times (-2,5) - 4\\ &= 2,25.\end{aligned}$$

1. *(Suite)* Donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$, la forme canonique de la fonction f est donnée par :

$$f(x) = -(x+2,5)^2 + 2,25$$

/2,5 points

2. Soit Δ la discriminant de la fonction f :

$$\begin{aligned}\Delta &= (-5)^2 - 4 \times (-1) \times -4 \\ &= 9\end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, la fonction f possède deux racines distinctes :

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{5-\sqrt{9}}{2\times(-1)} \\ &= \frac{2}{-2} \\ &= -1\end{aligned} \qquad \text{et} \qquad \begin{aligned}x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{5+\sqrt{3}}{2\times(-1)} \\ &= \frac{8}{-2} \\ &= -4\end{aligned}$$

La forme factorisée de la fonction f est donc donnée par :

$$\begin{aligned}f(x) &= a(x-x_1)(x-x_2) \\ &= -(x+4)(x+1)\end{aligned}$$

/2,5 points