Exercice 1 : *(4 points)*

1. Les droites (KL) et (EA) sont :

   (a) $\boxed{\text{sécantes}}$ (b) parallèles (c) perpendiculaires (d) non coplanaires

   /1 point

2. La droite (KL) et le plan (CDH) sont :

   (a) sécants (b) $\boxed{\text{parallèles}}$ (c) confondus (d) coplanaires

   /1 point

3. Les droites (DK) et (CL) sont :

   (a) coplanaires (b) parallèles (c) $\boxed{\text{ni l'un, ni l'autre}}$ (d) confondues

   /1 point

4. On se place dans un repère de l'espace $\left(O; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k}\right)$ avec $Q(4;7;-1)$ et $R(0;1;9)$ alors :

   (a) $QR = -1$ (b) $QR = \sqrt{12}$ (c) $\boxed{QR = \sqrt{152}}$ (d) $QR = 12$ */1 point*

Exercice 2 : *(3 points)*

1. La fonction f est de la forme $v \circ u$ avec $u(x) = 3x^2 + \dfrac{1}{x^3}$ et $v(x) = x^3$. */1,5 point*
2. Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, on a :

$$u'(x) = 6x - \frac{3}{x^4} \qquad \text{et} \qquad v'(x) = 3x^2.$$

Ainsi, pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, on a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= u'(x) \times v'(u(x)) \\ &= \left(6x - \frac{3}{x^4}\right) \times 3 \times \left(3x^2 + \frac{1}{x^3}\right)^2. \end{aligned}$$

/1,5 point

Exercice 3 : *(3 points)*

On considère la propriété définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par :

$$u_n = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^n.$$

/0,25 point

- **Initialisation :** pour $n = 0$, on a :

$$u_0 = 5\,700 \qquad \text{et} \qquad 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^0 = 5\,700.$$

Ainsi, on a $u_0 = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^0$.
La propriété est donc vraie au rang $n = 0$. */1 point*

- **Hérédité :** soit $n \in \mathbb{N}$, on suppose que $u_n = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^n$.
  On démontre que $u_{n+1} = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^{n+1}$. *$/0,5$ point*
  On a :
  $$\begin{aligned} u_{n+1} &= 1,015\,u_n - 300 \\ &= 1,015\,(20\,000 - 14\,300 \times 1,015^n) - 300 \\ &= 20\,300 - 14\,300 \times 1,015^{n+1} - 300 \\ &= 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^{n+1}. \end{aligned}$$
  $/0,75$ point
  La propriété est donc héréditaire. *$/0,25$ point*
- **Conclusion :** la propriété est vraie au rang $n = 0$ et elle est héréditaire à partir de ce rang donc, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a :
  $$u_n = 20\,000 - 14\,300 \times 1,015^n.$$
  $/0,25$ point

Exercice 4 : *(5 points)*

1. On a :
$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 0-(-1) \\ -4-(-3) \\ 5-1 \end{pmatrix} \iff \overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}.$$
$/1$ point

2. On a :
$$I\left(\frac{4+0}{2};\frac{-2+(-4)}{2};\frac{5+(-1)}{2}\right) \iff I\,(2;-3;2)\,.$$
$/1$ point

3. On a :
$$\begin{aligned} ABCD \text{ parallélogramme} &\iff \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \\ &\iff \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4-x_D \\ -2-y_D \\ -1-z_D \end{pmatrix} \\ &\iff \begin{cases} 1 = 4 - x_D \\ -1 = -2 - y_D \\ 4 = -1 - z_D \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} x_D = 3 \\ y_D = -1 \\ z_D = -5 \end{cases} \end{aligned}$$
Les coordonnées du point D sont $(3;-1;-5)$. *$/1,5$ point*

4. Dans la base $\left(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k}\right)$, on a :
$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{u}\begin{pmatrix} 3 \\ 3 \\ 10 \end{pmatrix}$$
On cherche donc une valeur de $k \in \mathbb{R}$ tel que $\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{u}$.

4. On a alors :

$$\overrightarrow{AB} = k\,\overrightarrow{u} \iff \begin{cases} 1 = 3k \\ -1 = 3k \\ 4 = 10k \end{cases}$$
$$\iff \begin{cases} k = \dfrac{1}{3} \\ k = -\dfrac{1}{3} \\ k = \dfrac{2}{5} \end{cases}$$

Le système précédent n'admet donc pas de solution.
Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{u}$ ne sont donc pas colinéaires. */1,5 point*

Exercice 5 : *(5 points)*