Définition 1 :* *La forme développée

Dire qu'une fonction f est *une fonction polynôme de degré 2* signifie que, pour tout $x \in \mathbb{R}$, on ait :

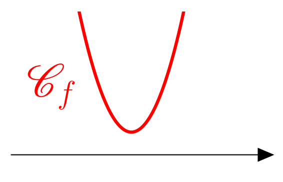
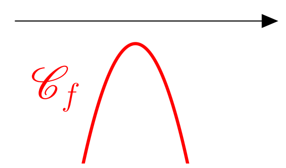
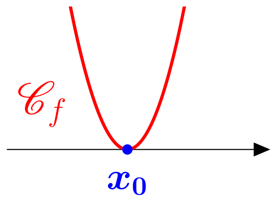
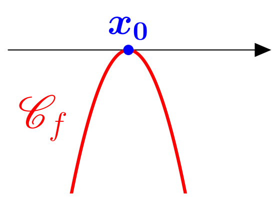
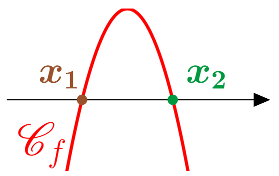
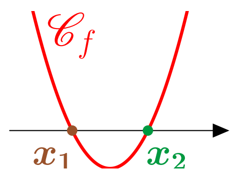
$$f(x) = ax^2 + bx + c.$$

Il s'agit de **la forme développée** de la fonction f.

Théorème 1 :* *La forme canonique

Un trinôme f admet toujours une **forme canonique** :

$$f(x) = a(x-\alpha)^2 + \beta \qquad \text{avec} \quad \alpha = -\frac{b}{2a} \quad \text{et} \quad \beta = f(\alpha).$$

Discriminant Δ	Solutions de $ax^2+bx+c=0$	Factorisation de $f(x)$	Signe de $f(x)$	Courbe représentative $a>0$	Courbe représentative $a<0$
$\Delta < 0$	**Pas de solution**	**Ne se factorise pas**	x : $-\infty$ … $+\infty$; $f(x)$: Signe de a		
$\Delta = 0$	Une seule solution : $x_0 = \frac{-b}{2a}$	$a(x-x_0)^2$	x : $-\infty$ … x_0 … $+\infty$; $f(x)$: Signe de a | 0 | Signe de a		
$\Delta > 0$	Deux solutions : $x_1 = \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}$ et $x_2 = \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}$	$a(x-x_1)(x-x_2)$	x : $-\infty$ … x_1 … x_2 … $+\infty$; $f(x)$: Sgn. de a | 0 | Sgn. de $-a$ | 0 | Sgn; de a		

Propriété 3 :

Le sommet de la parabole, noté S, a pour coordonées $(\alpha;\beta)$.
Cette parabole possède un axe de symétrie d'équation $x = \alpha$ (droite verticale).

Propriété 4 :

Le tableau de variation d'une fonction du secodn degré dépend du signe de a :

$a < 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
Var f	↗	β	↘

$a > 0$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
Var f	↘	β	↗

Remarque 5 :

Je calcule Δ (éventuellement x_0, x_1 ou x_2) lorsque :

1. Je veux résoudre une équation du second degré ;
2. Je veux le signe d'une fonction du second degré ;
3. Je veux factoriser une fonction du second degré
4. Je veux résoudre une inéquation du second degré.

Remarque 6 :

Je calcule α et β lorsque :

1. Je veux calculer les coordonnées du sommet d'une parabole ;
2. Je veux étudier le tableau de variations d'une fonction du second degré ;
3. Je veux l'axe de symétrie de la parabole ;
4. Je veux le minimum/maximum d'une fonction du second degré.

Propriété 7 :

Deux réels ont pour somme s et pour produit p si et seulement si ils sont solutions de l'équation $x^2 + sx + p = 0$.

Propriété 8 :

On considère deux solutions, x_1 et x_2 de l'équation $ax^2 + bx + c = 0$.

$$x_1,\ x_2 \text{ solutions de } ax^2+bx+c=0 \iff \begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a} \\ x_1 x_2 = \dfrac{c}{a} \end{cases}$$