NOM : .... Prénom : ....

Capacités	**Non Acquis**	**A consolider**	**Acquis**
Calculer des probabilités avec une loi binomiale			
Justifier qu'une v.a. suit une loi binomiale			
Calculer l'espérance d'une loi binomiale			
Calculer une probabilité conditionnelle			

Exercice 1 : *(4 points)*

Pour chaque question **une seule** des quatre propositions est exacte. Entourer, **sur cet énoncé**, la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point, une réponse inexacte enlève $0,5$ point, l'absence de réponse est comptée 0 point. Si le total est négatif la note est ramenée à 0.

Les parties A et B sont indépendantes.

A. La variable aléatoire X suit une loi binomiale de paramètres $n = 25$ et $p = 0,64$ (i.e. $X \sim \mathcal{B}(25; 0,64)$).

1. $P(X = 12) = ...$

   (a) $0,12$ (b) $\binom{25}{12}\times 0,64^{12}\times 0,36^{13}$ (c) $\dfrac{12}{25}$ (d) $0,64^{12} \times 0,36^{13}$

2. $P(X \leqslant 24) = ...$

   (a) $1 - 0,64^{25}$ (b) $0,64^{25}$ (c) $-8\,000$ (d) $\binom{25}{24}\times 0,64^{24}\times 0,36^{1}$

B. Un sac contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 1 boule rouge, indiscernables au toucher. On tire, au hasard, successivement, trois boules du sac, en remettant chaque boule tirée dans le sac avant le tirage suivant.

1. La probabilité de tirer trois boules noires est :

   (a) $\dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}$ (b) $\dfrac{9}{8}$ (c) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$ (d) $\dfrac{4\times3\times2}{8\times7\times6}$

2. Sachant que Jean a tiré 3 boules de la même couleur, la probabilité qu'il ait tiré 3 boules rouges est :

   (a) 0 (b) $\left(\dfrac{1}{8}\right)^3$ (c) $\dfrac{23}{128}$ (d) $\dfrac{1}{92}$

Exercice 2 : ***(16 points)***

Un jardinier dispose de deux lots 1 et 2 contenant chacun de très nombreux bulbes donnant des tulipes de couleurs variées. La probabilité pour qu'un bulbe du lot 1 donne une tulipe jaune est égale à $\dfrac{1}{4}$. La probabilité pour qu'un bulbe du lot 2 donne une tulipe jaune est égale à $\dfrac{1}{2}$.
Ce jardinier choisit au hasard un lot et plante 50 bulbes de tulipes. Soit $k \in \mathbb{N}$ vérifiant $0 \leqslant k \leqslant 50$.
On définit les événements suivants :

- A : « le jardinier a choisi le lot 1 »
- B : « le jardinier a choisi le lot 2 »
- J_k : « le jardinier obtient k tulipes jaunes ».

1. Dans cette question, on suppose que le jardinier choisit le lot 1. On note X la variable aléatoire qui suit le nombre de tulipes jaunes obtenues à partir de 50 bulbes du lot 1.
   (a) Déterminer la loi de probabilité de la variable aléatoire X dont on précisera le(s) paramètre(s).
   (b) Quelle est l'espérance mathématique de cette loi ? Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice.
   (c) Donner une expression de la probabilité que le jardinier obtienne k tulipes jaunes,
   (d) Calculer la probabilité que le jardinier obtienne 15 tulipes jaunes.
   On donnera l'arrondi au millième du résultat.
2. Probabilités conditionnelles.
   (a) Montrer que :
   $$P_B\left(J_k\right) = \binom{50}{k} 2^{-50}.$$
   (b) En déduire la probabilité que le jardinier obtienne k tulipes jaunes.
   (c) On note $p_k = P_{J_k}(A)$. Etablir que :
   $$p_k = \frac{3^{50-k}}{3^{50-k} + 2^{50}}.$$
   (d) Pour quelles valeurs de k a-t-on $p_k \geqslant 0,9$? Comment peut-on interpréter ce résultat ?