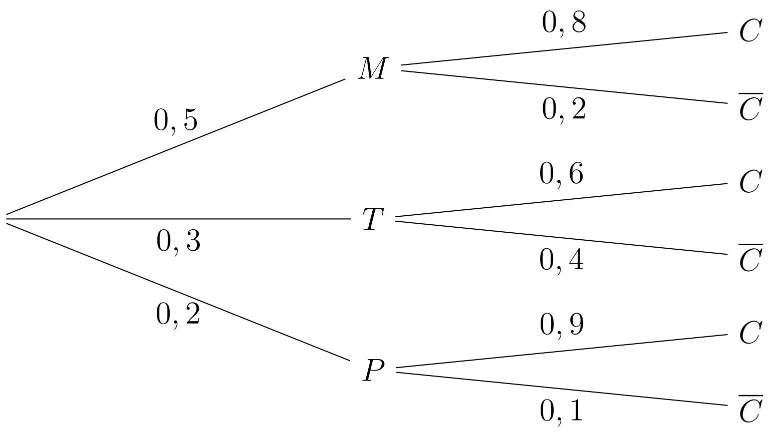
Exercice 1 : *(8 points)*

1. On a

$$P(T) = 0,3 \qquad \text{et} \qquad P_T(C) = 0,6$$

/1 point

2. On a l'arbre pondéré suivant :



/2 points

3.(a) $M \cap C$ est l'événement « le client prend un assortiment de macarons et un café ». */0,5 point*
En utilisant l'arbre pondéré, on a :

$$\begin{aligned} P(M \cap C) &= P(M) \times P_M(C) \\ &= 0,5 \times 0,8 \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

/1 point

(b) Les événements M, T et P forment un système complet d'événements.
Ainsi, on peut appliquer la formule des probabilités totales :

$$\begin{aligned} P(C) &= P(T \cap C) + P(P \cap C) + P(M \cap C) \\ &= 0,3 \times 0,6 + 0,2 \times 0,9 + 0,5 \times 0,8 \\ &= 0,18 + 0,18 + 0,4 \\ &= 0,76 \end{aligned}$$

.

/2 points

4. On cherche $P_C(M)$.
On a alors :

$$\begin{aligned} P_C(M) &= \frac{P(C \cap M)}{P(C)} \\ &= \frac{0,4}{0,76} \\ &\approx 0,53 \end{aligned}$$

Environ 53% des clients qui ont pris un café ont pris des macarons en dessert. */1,5 point*

Exercice 2 : *(3 points)*

1. (a) Comme $12000 < 20000$, M. CELERE déclarera $1180+0,3\times12000 = 4780$ € de frais kilométriques. */0,75 point*

   (b) Comme $32\,000 > 20\,000$, M. CELERE déclarera, par an, $32\,000 \times 0,36 = 11\,520$ € de frais kilométriques. */0,75 point*

2.

```
def FraisKilométriques(km) :
    if km<20000 :
        frais=km*0.3+1180
    else :
        frais=0.36*km
    return(frais)
```

/1,5 point

3. Jacques parce que Jacques CELERE (J'accélère). */0,5 point*

Exercice 3 : *(7 points)*

1. (a) La production de 40 kg de la substance coûte 300 €. */0,5 point*
   La production de 80 kg de la substance coûte 725 €. */0,5 point*

   (b) La production correspondante à un coût de 480 € est de 60 kg de substance. */0,75 point*

   (c) La production maximale pour laquelle le coût n'excède pas 340 € est de 45 kg. */0,75 point*

2. (a) Pour 90 kg de substances, la recette sera de $9 \times 90 = 810$. */0,5 point*
   Graphiquement, Seule la droite d_2 convient. */0,5 point*

   (b) Pour qu'il y ait un bénéfice, l'usine devra produire entre 20 et 80 kg de cette substance.
   Graphiquement cela se justifie par le fait que d_2 soit au-dessus de $\mathscr{C}_f$. */0,75 point*

3. (a) La fonction B est une fonction polynôme du second degré : $a = -0,075$; $b = 7,5$ et $c = -120$.
   Ainsi, on a :

$$\begin{aligned} \alpha &= -\frac{b}{2a} \\ &= -\frac{7,5}{2\times(-0,075)} \\ &= 50 \end{aligned}$$

/0,5 point

   De plus, on a :

$$\begin{aligned} \beta &= B(\alpha) \\ &= -0,075\times 50^2 + 7,5\times 50 - 120 \\ &= 67,5 \end{aligned}$$

/0,5 point

3.(a) *(Suite)* Ainsi, on a le tableau de variations suivant :

x	0		50		90
Var f	120	↗	67.5	↘	-52.5

/0,75 point

(b) Pour réaliser un bénéfice de $67,5$€, qui est le bénéfice maximal, l'entreprise doit produire et vendre 50 kg de substances. */0,5 point*

(c) On cherche à résoudre $B(x) < 0$. Soit Δ le discriminant de B. On a :

$$\begin{aligned}\Delta &= 7,5^2 - 4 \times (-0,075) \times (-120)\\ &= 20,25\end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, la fonction B admet deux racines distinctes : */0,5 point*

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a}\\ &= \frac{-7,5-\sqrt{20,25}}{2\times(-0,075)}\\ &= 80\end{aligned} \qquad \text{et} \qquad \begin{aligned}x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a}\\ &= \frac{-7,5+\sqrt{20,25}}{2\times(-0,075)}\\ &= 20\end{aligned}$$

Ainsi, on peut donner le tableau de signes de la fonction B : */0,5 point*

x	0		20		80		90
$B(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

/0,5 point

$B(x) < 0 \iff x \in [0;20[\,\cup\,]80;90]$.

Lorsque l'usine produit et vend moins de 20 kilos ou plus de 80 kilos de cette substance, elle sera en déficit. */0,25 point*

Exercice 4 : *(3 points)*

1. ,La proposition est donc vraie.
 On a :

$$\begin{aligned}P(\overline{A}\cap\overline{B}) &= P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B})\\ &= \big(1-P(A)\big)\times\big(1-P_{\overline{A}}(B)\big)\\ &= \frac{2}{3}\times\frac{5}{6}\\ &= \frac{5}{9}\end{aligned}$$

/1,5 point

2. La proposition est vraie.
   On a :

$$\begin{aligned} P_{A\cap B}(C) &= \frac{P(A\cap B\cap C)}{P(A\cap B)} \\ &= \frac{P(A\cap B\cap C)}{P_A(B)\times P(A)} \end{aligned}$$

/1,5 point