

Chapitre 10

Distance et valeur absolue

Capacités :	Exercices :	Bilan :				

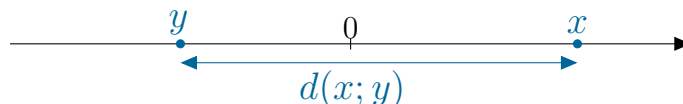
I. Distance entre deux nombres

Définition 10.1 : ————— Distance entre deux nombres —————

On considère deux nombres réels x et y .

On note alors $d(x; y)$.

On appelle distance (ou écart) entre x et y , la distance sur la droite numérique entre le point d'abscisse x et le point d'abscisse y .



Exemple 10.2 :

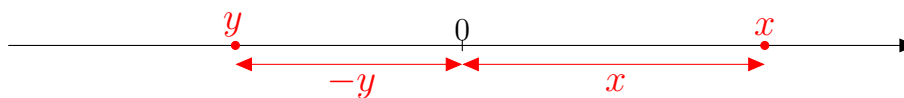
- Sur la droite numérique, représenter les points d'abscisses $A(-4)$, $B(-3)$, $O(0)$, $D(1)$ et $C(5)$.
- Exprimer en fonction des points A , B , C , D et O , les distances suivantes :
 - $d(0; -4)$ • $d(1; 5)$ • $d(0; 5)$ • $d(0; -3)$ • $d(-3; 5)$
- En déduire les valeurs des distances précédentes.

Propriété 10.3 :

On considère un nombre x .

On a alors :

$$d(0; x) = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$



Propriété 10.4 :

On considère deux nombres réels x et y .

On a alors :

$$d(x; y) = \begin{cases} y - x & \text{si } y \geq x \\ x - y & \text{si } y < x \end{cases}$$

Remarque 10.5 :

On considère deux nombres réels x et y .

La distance entre ces deux nombres x et y est symétrique :

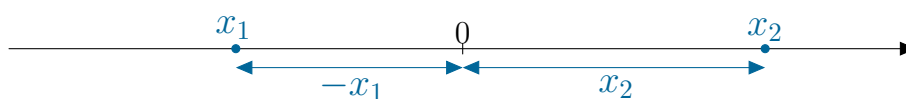
$$d(x; y) = d(y; x).$$

II. Valeur absolue et Intervalles

Définition 10.6 : Fonction valeur absolue

La fonction valeur absolue est définie sur \mathbb{R} par :

$$|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}.$$

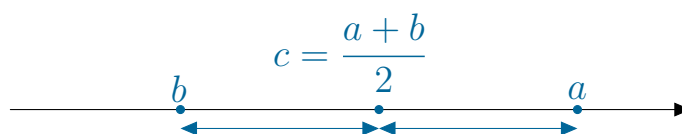


Définition 10.7 : Centre d'un intervalle

On considère deux nombres a et b .

Le centre ou le milieu de l'intervalle $[a; b]$ (ou $[a; b[$ ou $]a; b]$ ou $]a; b[$) est le nombre c tel que :

$$c = \frac{a + b}{2}.$$



Définition 10.8 : ——— **L'amplitude et rayon d'un intervalle** ———

On considère deux nombres a et b .

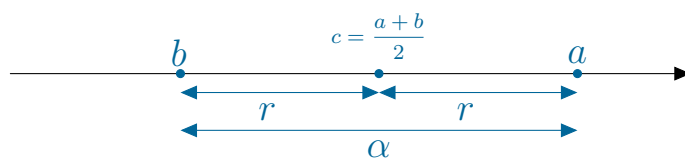
L'amplitude de l'intervalle $[a; b]$ est le nombre α tel que :

$$\alpha = |b - a|.$$

Il s'agit de la distance entre a et b .

Le rayon de l'intervalle $[a; b]$ est le nombre r tel que :

$$r = \frac{\alpha}{2}.$$

**Exemple 10.9 :** ———

Déterminer le centre et l'amplitude des intervalles suivants :

- $]8; 17[$
- $[-3; 3]$
- $]4, 5; 4, 9]$
- $] - 7; 8, 6]$

Définition 10.10 : ——— **Intervalle de centre c et de rayon r** ———

L'intervalle de centre c et d'amplitude r est l'intervalle :

$$[c - r; c + r].$$

Il s'agit de l'ensemble des nombres x qui sont à une distance inférieure ou égale à r du nombre c .

Cet intervalle peut être noter de la manière ensembliste sous la forme :

$$[c - r; c + r] = \{x \in \mathbb{R} : |x - c| \leq r\}.$$

Remarque 10.11 : ———

De la même manière, on peut représenter l'intervalle ouvert $]c - r; c + r[$.

Cet intervalle peut être noter de la manière suivante :

$$]c - r; c + r[= \{x \in \mathbb{R} : |x - c| < r\}.$$

Exemple 10.12 :

Ecrire les intervalle suivants sous la forme $]a - r; a + r[$ ou $[a - r; a + r]$ et écrire ces intervalles sous leur forme ensembliste.

• $]8; 17[$

• $[-3; 3]$

• $[4, 5; 4, 9]$

• $] - 7; 8, 6[$

Complément(s) :

Lire le Savoir-Faire 3 p. 19 « Interpréter une valeur absolue ».

 **Exercice(s) :**

Exercices 42, 43, 45 (sauf f.) et 46 (sauf e.) p. 23