

# Chapitre 2

## Généralités sur les fonctions

### Sommaire

|  |          |
|--|----------|
| <b>I. Image, antécédent</b> . . . . .      | <b>2</b> |
| <b>II. Courbe représentative</b> . . . . . | <b>4</b> |

| Capacités :  | Exercices :            | Non Acquis | Acquis |
|--|------------------------|------------|--------|
| Calculer une image (graphiquement, algébriquement, avec un tableau de valeurs)     | 1 et 2 p. 277          |            |        |
| Calculer un antécédent (graphiquement, algébriquement, avec un tableau de valeurs) | 1 et 2 p. 277          |            |        |
| Justifier l'appartenance d'un point à une courbe représentative                    | 10 p. 208 et 48 p. 218 |            |        |

### Introduction

Jean BERNOULLI (1667 à 1748) souffre de la comparaison avec son frère Jacques, lui aussi mathématicien de renom. A la mort de ce dernier, il reprend et poursuit ses recherches et reprend le poste de professeur que son frère Jacques occupait à l'université de Bâle en 1705.

L'un de ses thèmes de recherche portait sur l'analyse des fonction dont il donne une notation (non utilisée aujourd'hui)  $\Phi x$ .

Une anecdote :

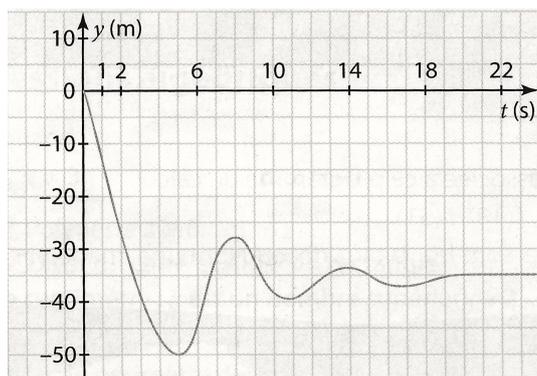
« Jean BERNOULLI, orgueilleux, a concouru en 1734 pour un prix de l'Académie des Sciences. Il fut contraint de partager ce prix avec son fils Daniel. Fou de rage, il le chassa de la maison. ».



## I. Image, antécédent

### Activité 2.1 :

Lors d'un saut à l'élastique depuis le milieu d'un pont, on a enregistré la position du sauteur (en mètres) par rapport à l'axe vertical. A l'aide de ces données, on a créé le tableau et le graphique suivant :



|         |     |     |     |     |    |
|---------|-----|-----|-----|-----|----|
| $t$ (s) | 2   | 3   |     | 8   | 22 |
| $y$ (m) | -28 | -37 | -50 | -28 |    |

1. Quelle est la position du sauteur au bout de 2s ?
2. Recopier et compléter le tableau précédent.
3. Combien de fois le sauteur est-il passé à la position  $y = -42$  (en m) ?
4. Quelle est l'image de 2 par la fonction  $f$  qui à un instant  $t$  (en s) associe la position  $y$  (en m) ?
5. Citer des antécédents de  $-28$  par  $f$ .
6. Donner un titre au graphique précédent.

### Définition 2.2 : **Fonction**

On considère un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ . Fabriquer une fonction  $f$  ou définir une fonction  $f$  de  $I$  dans  $\mathbb{R}$ , c'est associer à chaque nombre réel  $x$  de  $I$ , un réel unique noté  $f(x)$ .

On dit que  $I$  est l'**ensemble de définition (ou domaine de définition)** de la fonction  $f$ , ou alors que  $f$  est définie sur  $I$ .

### Exemple 2.3 :

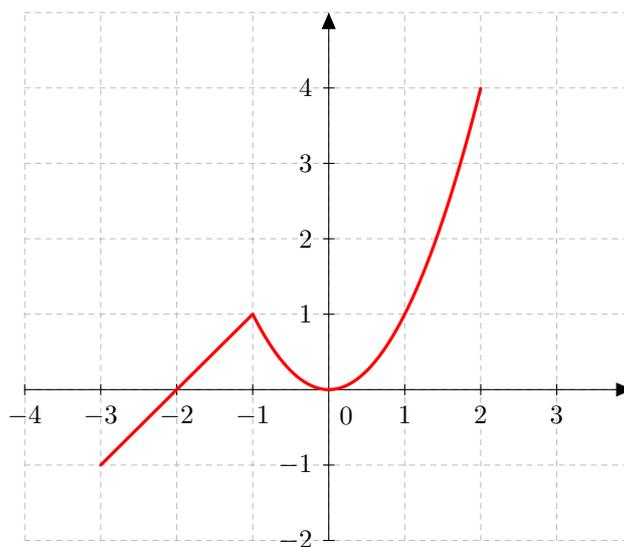
Le domaine de définition de la fonction  $f$  définie par  $f(x) = 4x + 9$  est  $\mathbb{R}$ .  
La fonction racine carré est définie sur l'intervalle  $[0; \infty[$ .

### Définition 2.4 : **Image**

Le nombre  $f(x)$  s'appelle l'**image de  $x$**  par la fonction  $f$ .

**Exemple 2.5 :**

On considère la fonction définie sur l'intervalle  $[-3; 2]$ , dont on donne la représentation graphique :



Déterminer l'image de  $-3$ ;  $-2$ ;  $0$  et  $2$ .

**Définition 2.6 :** ————— **Antécédent** —————

Si  $y$  est l'image d'un nombre  $x$ , c'est-à-dire  $f(x) = y$ , alors on dit que  $x$  est un **antécédent** de  $y$ .

**Exemple 2.7 :**

On donne le tableau de valeurs d'une fonction  $g$  :

|        |      |      |      |     |       |     |      |
|--------|------|------|------|-----|-------|-----|------|
| $x$    | $-8$ | $-5$ | $-1$ | $0$ | $0,5$ | $1$ | $3$  |
| $f(x)$ | $1$  | $0$  | $5$  | $3$ | $0$   | $5$ | $-8$ |

Déterminer les antécédents de  $0$ ;  $3$  et  $5$ .

**Remarque 2.8 :**

Pour une fonction  $f$  définie sur un intervalle  $I$ , on note :

$$\begin{aligned} f : I &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto y \end{aligned}$$

**Complément(s) :**

Lire les rappels « Fonctions : Images et antécédants » du manuel.

**Exercice(s) :**

Faire les exercices 1 et 2 p. 177

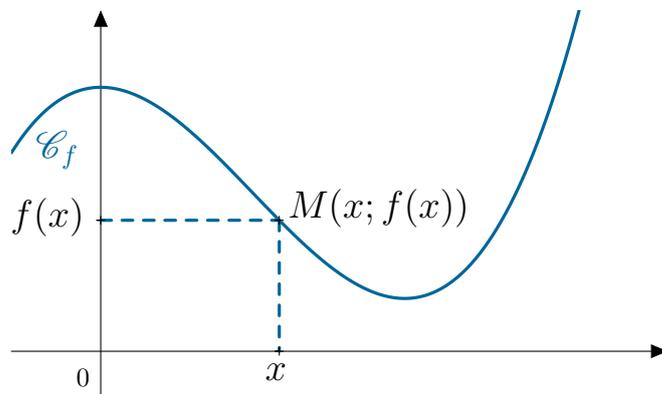
## II. Courbe représentative

### Définition 2.9 : ————— Courbe représentative

On considère une fonction  $f$  et  $I$  son ensemble de définition.

La représentation graphique  $\mathcal{C}_f$  (ou courbe représentative) de la fonction  $f$  dans un repère est l'ensemble des points de coordonnées  $(x; f(x))$  où  $x$  est un nombre de  $I$  ( $x \in I$ ).

On dit que la courbe  $\mathcal{C}_f$  a pour équation  $y = f(x)$ .



### Complément(s) :

Lire le savoir-faire 1 p. 208 « Construire la courbe représentative d'une fonction ».

### Exemple 2.10 :

- Représenter la courbe représentative de la fonction

$$\begin{aligned} g : [-3; 8] &\longrightarrow \mathbb{R} \\ x &\longmapsto -3x + 4 \end{aligned}$$

- Représenter  $\mathcal{C}_h$ , la courbe représentative de la fonction définie sur  $[-3; 2]$  par  $h(x) = x^2 - 3$ .

### Exercice(s) :

Faire l'exercice 11 p. 208

### Propriété 2.11 :

Etant donné un point  $M(a, b)$ , avec  $a$  un élément de  $I$ , c'est-à-dire  $a \in I$ .

- Si  $f(a) = b$ , alors le point  $M$  est un élément de la courbe représentative de la fonction  $f$ , c'est-à-dire  $M \in \mathcal{C}_f$ .
- Dans le cas contraire (si  $f(a) \neq b$ ), le point  $M$  n'appartient pas à  $\mathcal{C}_f$  (c'est-à-dire  $M \notin \mathcal{C}_f$ ).

### Exemple 2.12 :

On considère la fonction  $g$  définie sur  $[0; +\infty[$  par  $g(x) = \frac{5}{2x+1}$ , et  $\mathcal{C}_g$  sa courbe représentative. Les points  $A(2; 9)$  et  $B(0; 5)$  appartiennent-ils à  $\mathcal{C}_g$  ?

### Exercice(s) :

Faire les exercices 10p. 208 et 48 p. 218.