NOM : ..... Prénom : .....

Exercice 1 : *(4 points)*

1. **ROC :** Démontrer la propriété suivante par récurrence :

$$\text{Pour tout } z \in \mathbb{C} \text{ et tout } n \in \mathbb{N}, \text{ on a } |z^n| = |z|^n$$

Aide : *On s'appuiera sur la propriété suivante :*

$$\textit{Pour tout } z_1 \in \mathbb{C} \textit{ et tout } z_2 \in \mathbb{C}, \textit{ on a } |z_1 z_2| = |z_1|\,|z_2|.$$

2. **Application :** Déterminer le module de $Z = (1+3i)^5$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

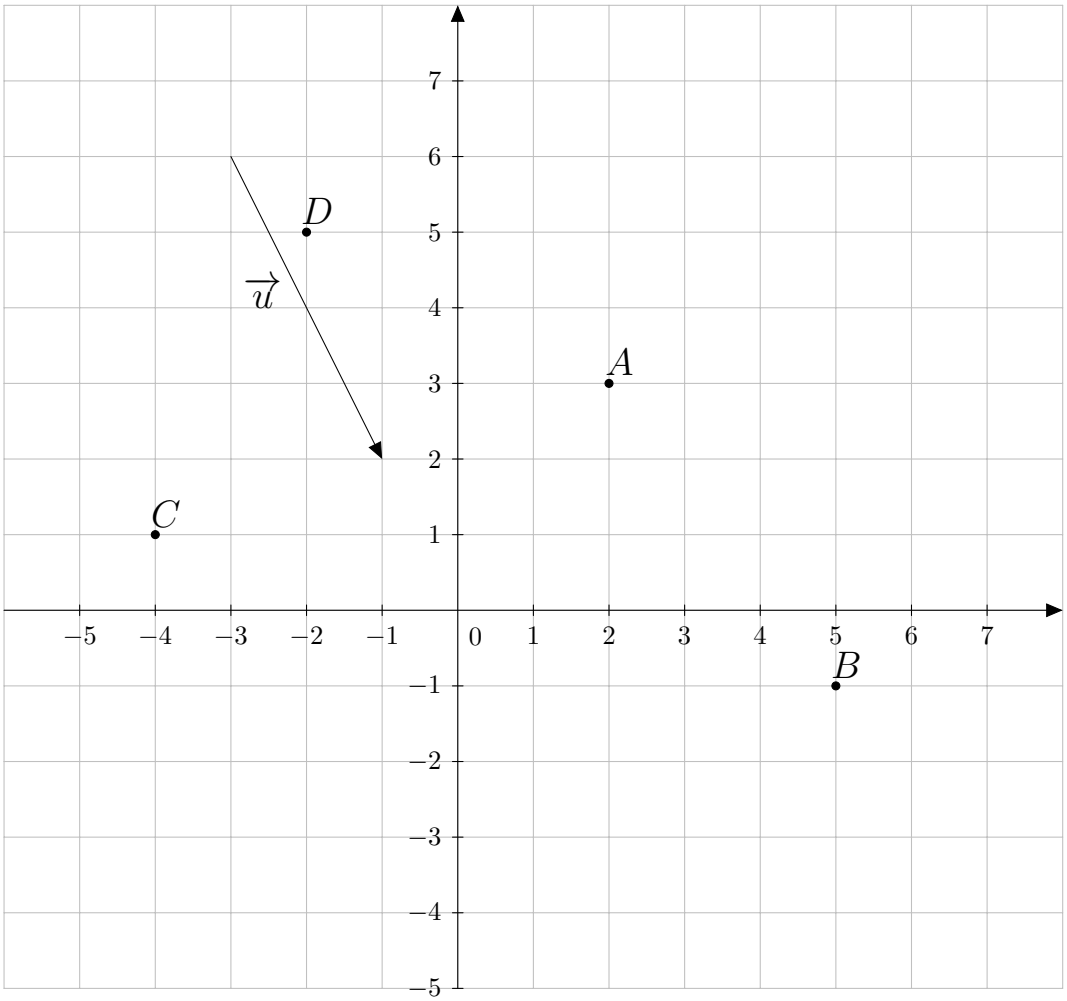
.....

.....

.....

Exercice 2 : *(6 points)*

On considère le plan complexe suivant.



1. Lire les affixes z_A, z_B, z_C, z_D et $z_{\overrightarrow{u}}$ des points A, B, C, D et du vecteur $\overrightarrow{u}$ donnés sur le graphique ci-dessus.

   .....
   .....
   .....
   .....
   .....

2. Calculer l'affixe z_I du point I milieu du segment $[BC]$.

   .....
   .....
   .....
   .....
   .....

3. Calculer l'affixe des vecteurs $\overrightarrow{AB}$

   .....
   .....
   .....
   .....
   .....

4. Le point B appartient-il au cercle de centre A et de rayon 5 ?

   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....

5. Déterminer la nature du triangle ACD.

   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....
   .....

6. Représenter (après avoir justifié) l'ensemble des points $z \in \mathbb{C}$ tels que $|z - z_A| = |z - z_B|$.

   .....
   .....
   .....
   .....

Exercice 3 : *(2 points)*

Déterminer géométriquement l'ensemble des points z tels que :

1. $|z-3+2i|=7$

2. $|z-3|=|z+4-i|$

Exercice 4 : *(3 points)*

1. Déterminer la forme algébrique de $z_1 = 3\left(\cos\left(\frac{-\pi}{3}\right)+i\sin\left(\frac{-\pi}{3}\right)\right)$.

2. Déterminer une forme trigonométrique de $z_2 = -5 + 5i$.

Exercice 5 : *(3 points)*

Dire si les nombres suivants appartiennent ou non à $\mathbb{U}$.

1. $z_1 = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{\sqrt{3}}{2}i$

2. $z_2 = \dfrac{1}{3} + \dfrac{2}{3}i$

3. $z_3 = -i$

4. $z_4 = z_1 \times z_3$

Exercice 6 : ***(4 points)***

Dans le plan complexe, on considère les points suivants :

$$A(5+2i) \qquad B(-1+3i) \qquad C(-2-i) \qquad D(4-2i)$$

Démontrer, de deux manières différentes, que $ABCD$ est un parallélogramme.