NOM : .... Prénom : ....

Capacités :	Bilan :				
Ecrire un nombre complexe sous forme algébrique (opérations dans $\mathbb{C}$)					
Résoudre une équation dans $\mathbb{C}$ (avec ou sans conjugué)					
Résoudre une équation du second degré dans $\mathbb{C}$					

Exercice 1 : *(7 points)*

Ecrire sous forme algébrique les nombres suivants :

1. $z_1 = 3 - 2i(4+i)$
2. $z_2 = (3+2i)^2$
3. $z_3 = (-1+i)(9-5i)$
4. $z_4 = \dfrac{1}{5+7i}$
5. $z_5 = \dfrac{1+i}{2-8i}$
6. $z_6 = \overline{(5+i)(4-2i)}$

Exercice 2 : *(7 points)*

Résoudre dans $\mathbb{C}$, les équations suivantes :

1. $2iz = 1 + z$
2. $3z - 5\overline{z} = 7i$
3. $7z^2 - z + 1 = 0$

Exercice 3 : *(8 points)*

Pour tout $z \in \mathbb{C}$, on a :

$$P(z) = z^4 - 6z^3 + 23z^2 - 34z + 26$$

1. Pour tout $z \in \mathbb{C}$, démontrer que $\overline{P(z)} = P(\overline{z})$.
   En déduire que si $\alpha \in \mathbb{C}$ vérifie $P(\alpha) = 0$, alors $\overline{\alpha}$ vérifie $P(\overline{\alpha}) = 0$.
2. Démontrer que $P(1+i) = 0$.
   Indiquer deux solutions complexes de l'équation $P(z) = 0$.
3. Démontrer que, pour tout $z \in \mathbb{C}$, on a :
   $$P(z) = \big(z - (1+i)\big)\big(z - (1-i)\big)\left(z^2 - 4z + 13\right)$$
4. Résoudre dans $\mathbb{C}$, $P(z) = 0$.