Chapitre 5
Résolution graphique d'équations et inéquations

Sommaire

Capacités :	**Exercices :**	Non Acquis	Acquis
Résoudre graphiquement une équation	13, 14, 55, 57, 58 et 61 p. 209 à 220		
Résoudre graphiquement une inéquation	15, 69, 72 et 75 p. 210/222		
Dresser graphiquement un tableau de signes	16, 78 et 79 p. 211/223		

Introduction

DIRICHLET

I. Résolution graphique d'équations

1. Les équations du type $f(x) = k$

Propriété 5.1 :

Les solutions de l'équation $\boldsymbol{f(x) = k}$, où k est un nombre réel, sont **les abscisses des points d'intersection** de la courbe $\mathscr{C}_f$ et de la droite d'équation $\boldsymbol{y = k}$.

Méthodologie 5.2 : – Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$

Pour résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = k$ (où k est un nombre donné), on procède de la manière suivante :

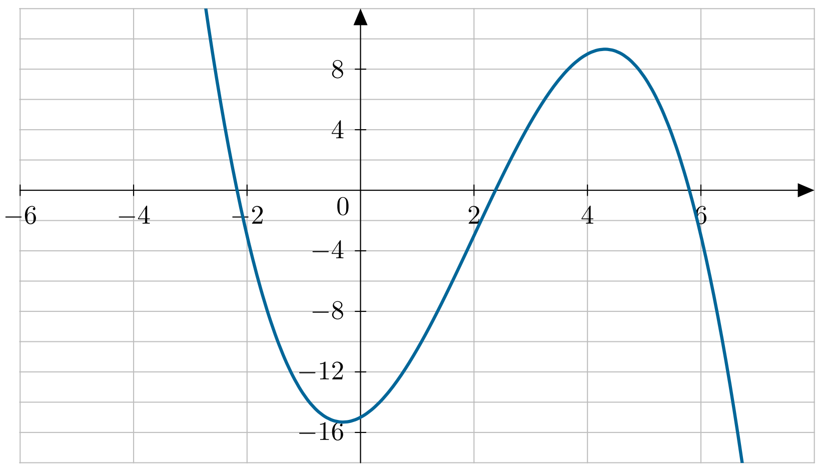
1. On place k sur l'axe des ordonnées (axe vertical)
2. On trace la droite horizontale de niveau k (d'équation $y = k$)
3. On repère les points d'intersection entre la droite d'équation $y = k$ et la courbe représentative de la fonction f, $\mathscr{C}_f$.
4. On lit les abscisses des points repérés précédemment.
5. On conclut à la question par l'un des phrase suivante : « L'ensemble des solution de l'équation $f(x) = k$ est $\{...\}$. » ou « Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont : .... ».

Exemple 5.3 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 2x - 15.$$

Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = -3$.



✎ *Exercice(s) :*

Exercices 13, 55 et 58 p. 209 à 220.

2. Les équations du type $f(x) = g(x)$

Propriété 5.4 :

Les solutions de l'équation $\boldsymbol{f(x) = g(x)}$ sont **les abscisses des points d'intersection** des courbes $\mathscr{C}_f$ et $\mathscr{C}_g$.

Méthodologie 5.5 : Résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$

Pour résoudre graphiquement une équation du type $f(x) = g(x)$, on procède de la manière suivante :

1. On repère les points d'intersection entre la courbe représentative de la fonction f, $\mathscr{C}_f$ et la courbe représentative de la fonction g, $\mathscr{C}_g$.
2. On lit les abscisses des points repérés précédemment.
3. On conclut à la question par l'un des phrase suivante : « L'ensemble des solution de l'équation $f(x) = k$ est $\{...\}$. » ou « Les solutions de l'équation $f(x) = k$ sont : .... ».

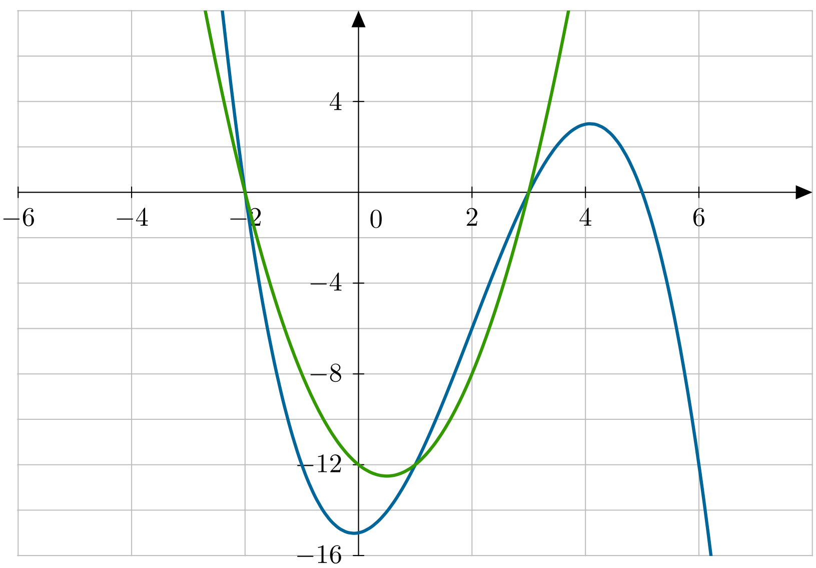
Exemple 5.6 :

On considère les fonctions f et g définies par

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{1}{2}x - 15$$

$$g(x) = 2x^2 - 2x - 12.$$

Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.



Complément(s) :

Savoir-Faire 3 p. 209 « Résoudre graphiquement une équation ».

Exercice(s) :

Exercices 14, 57 et 61 p. 209 à 220

II. Résolution graphique d'inéquations

1. Les inéquations du type $f(x) < k$

Propriété 5.7 :

Les solutions de l'équation $\boldsymbol{f(x) < k}$, où k est un nombre réel, sont **les abscisses des points d'intersection** de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui sont strictement en-dessous de la droite d'équation $\boldsymbol{y = k}$.

Méthodologie 5.8 : ***Résoudre une inéquation du type $f(x) < k$***

Pour résoudre graphiquement une inéquation du type $\boldsymbol{f(x) < k}$, on procède de la manière suivante :

1. On place **k sur l'axe des ordonnées**.
2. **On trace** la droite d'équation $\boldsymbol{y = k}$.
3. On repère tous les points de la courbe $\mathscr{C}_f$ **en dessous** de la droite d'équation $y = k$.
4. On lit leur **abscisse** : ce sont les solutions de l'inéquation $f(x) < k$.
5. On conclut à la question par la phrase suivante : « L'ensemble des solution de l'inéquation $f(x) < k$ est $\{...\}$. ».

Remarque 5.9 :

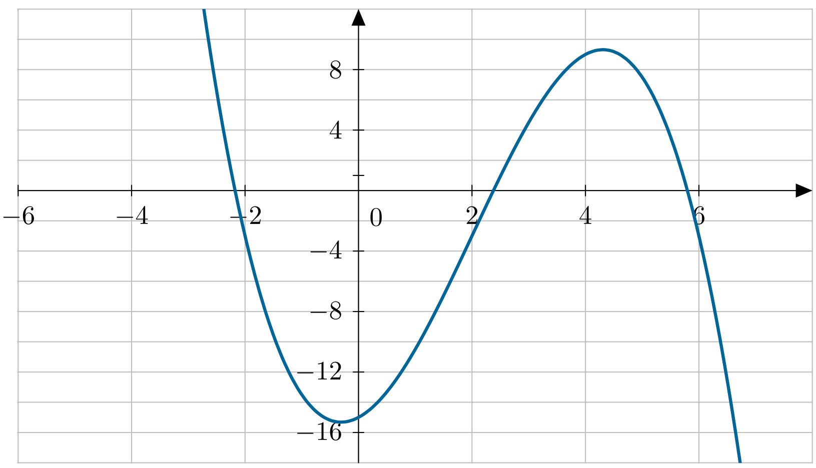
De la même manière, on peut décrire la méthodes de résolution des inéquations du type $f(x) \leqslant k$, $f(x) \geq k$ ou encore $f(x) \geqslant k$.

Exemple 5.10 :

On considère la fonction f définie par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + 2x - 15.$$

Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < -6$.



✎ Exercice(s) :

Exercices 69 et 72 p. 222

2. Les inéquations du type $f(x) < g(x)$

Propriété 5.11 :

Les solutions de l'équation $\boldsymbol{f(x) < g(x)}$ sont **les abscisses des points** de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui sont strictement en-dessous de la courbe $\mathscr{C}_g$.

Méthodologie 5.12 :* — *Résoudre une inéquation du type $f(x) < g(x)$

Pour résoudre une inéquation du type $\boldsymbol{f(x) < g(x)}$, on procède de la manière suivante :

1. On repère tous les points de la courbe $\mathscr{C}_f$ qui sont **en dessous** de la courbe $\mathscr{C}_g$.
2. On lit leur **abscisse** : ce sont les solutions de l'inéquation $f(x) < g(x)$.
3. On conclut : « L'ensemble des solution de l'inéquation $f(x) < k$ est .... ».

Remarque 5.13 :

De la même manière, on peut décrire la méthodes de résolution des inéquations du type $f(x) \leqslant g(x)$.

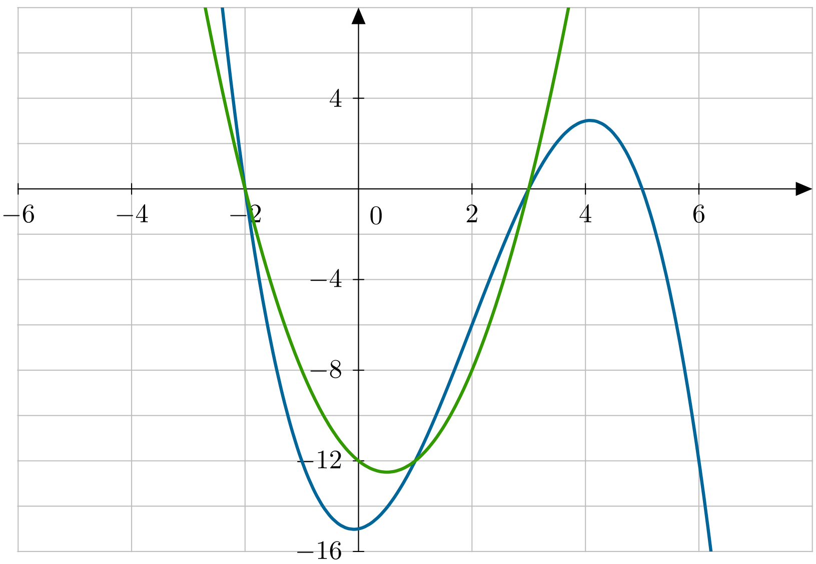
Exemple 5.14 :

On considère les fonctions f et g définies par :

$$f(x) = -\frac{1}{2}x^3 + 3x^2 + \frac{1}{2}x - 15$$

$$g(x) = 2x^2 - 2x - 12.$$

Résoudre graphiquement l'équation $f(x) < g(x)$.



Complément(s) :

Savoir-Faire 4 p. 209 « Résoudre graphiquement une inéquation ».

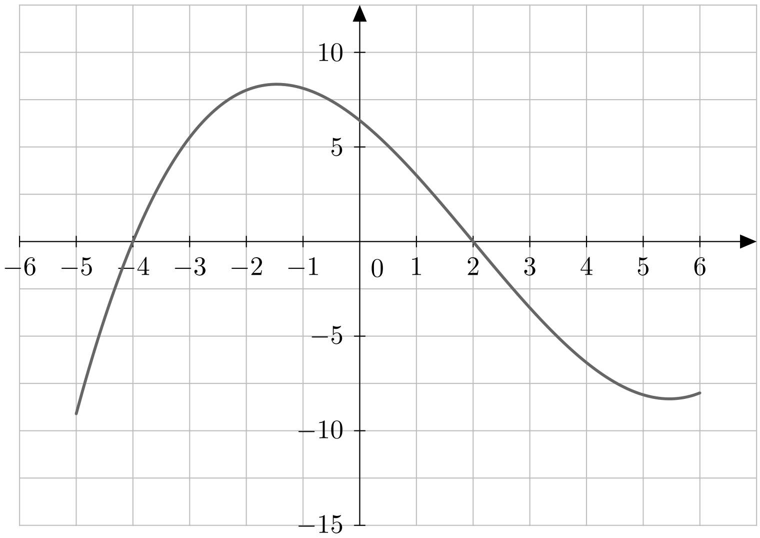
✎ ***Exercice(s) :***

Exercices 15 et 75 p. 210/222

3. Signe d'une fonction

Activité 5.15 :

On donne le graphique de la fonction f :



1. Quel est le domaine de définition de la fonction f.
2. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = 0$.
3. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) < 0$.
4. Résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) > 0$.
5. Avec l'aide de votre professeur, compléter le tableau suivant :

x	
Signe de f	

Définition 5.16 : ***Signe d'une fonction***

Etudier le signe d'une fonction f, c'est dire pour quelles valeurs de x la fonction f est positive ou négative (i.e. $f(x) > 0$ et $f(x) < 0$).

Remarque 5.17 :

On résume le signe d'une fonction f par un tableau de signes (cf. question 4 de l'activité).

Exemple 5.18 :

D'après le tableau de signe suivant, déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x) = 0$, $f(x) < 0$ et $f(x) \geq 0$.

x	$-\infty$		-1		4		$+\infty$
Sgn f		$-$	0	$+$	0	$-$	

Complément(s) :

Savoir-Faire 3 p. 209 « Dresser graphiquement un tableau de signes ».

✎ ***Exercice(s) :***

Exercices 16, 78 et 79 p. 211/223