Exercice 1 : *(5 points)*

1. Soit Δ le discriminant de $2u^2 + 2u - 24 = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta &= 2^2 - 4 \times 2 \times (-24)\\ &= 4 + 192\\ &= 196\end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, $2u^2 + 2u - 24 = 0$ admet deux solutions :

$$\begin{aligned}u_1 &= \frac{-2-\sqrt{196}}{4}\\ &= \frac{-2-14}{4}\\ &= \frac{-16}{4}\\ &= -4\end{aligned} \qquad \text{et} \qquad \begin{aligned}u_2 &= \frac{-2+\sqrt{196}}{2\times 2}\\ &= \frac{-2+14}{4}\\ &= \frac{12}{4}\\ &= 3\end{aligned}$$

Les solutions de l'équation $2u^2 + 2u - 24 = 0$ sont -4 et 3. */3 points*

2. En posant $u = x^2$, on a :

$$\begin{aligned}2x^4 + 2x^2 - 24 = 0 &\iff 2(x^2)^2 + 2x^2 - 24 = 0\\ &\iff 2u^2 + 2u - 24 = 0\end{aligned}$$

u est solution de l'équation $2u^2 + 2u - 24 = 0$.
Comme u est le carré de x, u est positif ou nul.
u étant positive, la solution $u_1 = -4$ n'est pas valable.
Ainsi, on a :

$$\begin{aligned}u_2 = 3 &\iff x^2 = 3\\ &\iff x = -\sqrt{3} \quad \text{ou} \quad x = \sqrt{3}\end{aligned}$$

Ainsi, l'ensemble de solutions de $2x^4 + 2x^2 - 24 = 0$ est :

$$\left\{-\sqrt{3}; \sqrt{3}\right\}.$$

/2 points

Exercice 2 : *(5 points)*

1. D'après le graphique,

(a) $f'(-3) = 2$ (b) $f'(-3) = -0,5$ (c) $\boxed{f'(-3) = -2}$ */1 point*

2. D'après le graphique, l'équation de la tangente à $\mathscr{C}_f$ au point d'abscisse 1 est

(a) $\boxed{y = 4x - 3}$ (b) $y = -4x + 3$ (c) $y = 3x + 4$ */1 point*

3. D'après le graphique, le taux d'accroissement t entre 0 et 2 de la fonction f vaut :

(a) $-2,25$ (b) 2 (c) $\boxed{\frac{9}{4}}$ */1 point*

4. Si $f(x) = x^2 - 1$, alors le taux d'accroissement t' de la fonction f entre 5 et $5 + h$ est donné par :

   (a) $t' = h$ (b) $t' = 10$ (c) $\boxed{t' = 10 + h}$ ***/1 point***

5. Si $f(-7) = 5$ et $f(-7 + h) = h^3 + 2h + 5$ alors :

   (a) $f'(-7) = 0$ (b) $\boxed{f'(-7) = 2}$ (c) $f'(-7) = -2$ ***/1 point***

Exercice 3 : ***(10 points)***

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 2x^2 + 12x - 14.$$

Cette exercice est divisé en trois parties. Les résultats obtenus dans l'une des parties peuvent être réutilisés dans une partie suivante.

Partie A : Second degré

1. Démontrer (sans développer le résultat suivant) que la forme canonique de la fonction f est :

$$f(x) = 2(x - 3)^2 - 32$$

2. Déterminer la forme factorisée éventuelle de la fonction f.

Partie B : Python

1. Mystere(2,12,14) renvoie (3, -4) et Mystere(2,12,-14) renvoie (3, -32). ***/1 point***
2. Pour une fonction polynôme du second degré, la fonction Mystere renvoie le couple α et β présente dans sa forme canonique. ***/0,5 point***

Partie C : Dérivée locale

1. (a) On a :

$$f(-3) = 2\times(-3)^2 + 12\times(-3) - 14 = -32$$

$$\begin{aligned} f(-3+h) &= 2(-3+h)^2 + 12\times(-3+h) - 14 \\ &= 18 - 12h + 2h^2 + 12h - 36 - 14 \\ &= 2h^2 - 32. \end{aligned}$$

Soit t le taux d'accroissement de la fonction f entre -3 et $-3+h$ $(h \neq 0)$:

$$\begin{aligned} t &= \frac{f(-3+h) - f(-3)}{h} \\ &= \frac{2h^2 - 32 - (-32)}{h} \\ &= \frac{2h^2}{h} \\ &= 2h. \end{aligned}$$

/1,5 point

(b) Lorsque h tend vers 0, $2h$ tend vers 0.
Ainsi, f est dérivable en -3 et $f'(-3) = 0$. */1 point*

(c) On a :

$$\begin{aligned} y = f'(a)(x-a) + f(a) &\iff y = f'(-3)(x+3) + f(3) \\ &\iff y = 0(x+3) - 32 \\ &\iff y = -32. \end{aligned}$$

Finalement, $\mathscr{T}_{-3} : y = -32$. */1 point*

2. (a) Le coefficient directeur de la tangente $\mathscr{T}_1$ correspond au nombre dérivé $f'(1)$.
On a :

$$f(1) = 2\times(1)^2 + 12\times 1 - 14 = 0$$

$$\begin{aligned} f(1+h) &= 2(1+h)^2 + 12\times(1+h) - 14 \\ &= 2 + 4h + 2h^2 + 12 + 12h - 14 \\ &= 2h^2 + 16h \end{aligned}$$

Soit t' le taux d'accroissement de la fonction f entre 1 et $1+h$ $(h \neq 0)$:

$$\begin{aligned} t' &= \frac{f(1+h) - f(1)}{h} \\ &= \frac{2h^2 + 16h}{h} \\ &= \frac{h(2h+16)}{h} \\ &= 2h + 16. \end{aligned}$$

Lorsque h tend vers 0, $2h + 16$ tend vers 0.
Ainsi, f est dérivable en 1 et $f'(1) = 16$. */1,5 point*

(b) On sait que deux droites sont parallèles lorsqu'elles ont le même coefficient directeur.
Les deux coefficients directeurs n'étant pas égaux, $\mathscr{T}_1$ et $\mathscr{T}_{-3}$ ne sont pas parallèles. */0,5 point*

Exercice 4 : ***(2 points)***

Existe t'il un deux nombres dont la somme vaut 1 et le produit vaut 3 ?