

Chapitre 1

Nombres réels et intervalles

Sommaire

I. L'ensemble des nombres réels : \mathbb{R}	2
II. Les intervalles de \mathbb{R}	2

Capacités :	Exercices :	Non Acquis	Acquis
Représenter un intervalle sur un axe	32 p. 22		
Ecrire un intervalle	33 p. 22		
Justifier l'appartenance d'un nombre à un intervalle	36 et 37 p. 22		

Introduction

Richard DEDEKIND (1831 à 1916) est d'abord intéressé par la physique et la chimie, puis il se tourne vers les mathématiques de par la précision de cette matière.

Il construit l'ensemble des nombres réels en même temps que les mathématiciens MERAY et CANTOR par une méthode dite des coupures et définit alors sur cet ensemble un ordre, une multiplication et une addition.

Une anecdote :

DEDEKIND a lu sa propre mort dans *Calendrier des mathématiciens* à la date du 4 septembre 1899. Il répondit alors à l'auteur que ce jour là, il avait eu un entretien avec CANTOR et « qui, à cette occasion, ne me donna pas à moi, mais à mes erreurs, le coups de grâce ».

r Une citation :

« En sciences, ce qui est démontrable ne doit pas être admis sans démonstration. »



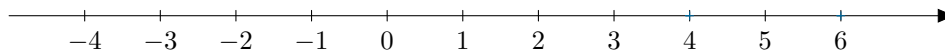
I. L'ensemble des nombres réels : \mathbb{R}

Définition 1.1 : ————— *l'ensemble des réels* —————

L'ensemble de tous les nombres que nous utilisons s'appelle l'ensemble des nombres réels. Cet ensemble est noté \mathbb{R} .

On représente usuellement l'ensemble des réels par une droite graduée.

Chaque nombre réel est représenté par un point de la droite graduée et tout point de cette droite représente un réel.



Exemple 1.2 : —————

Sur un axe gradué, placer les points suivants : 0, 1, 1,5, $-\frac{1}{4}$ et 2,75.

II. Les intervalles de \mathbb{R}

Activité 1.3 : —————

Compléter le tableau suivant :

L'intervalle est noté ...	Il est représenté sur une droite graduée par ...	L'ensemble des réels x tels que ...
$[4; 6]$		$4 \leq x \leq 6$
$[-5; -3[$		
		$-3 < x < 2$
$] -7; -3]$		
		$x \geq 10$
$] -\infty; 3]$		
		$x = 4$

Définition 1.4 : ————— **d'un intervalle** —————

On considère deux nombres réels a et b tels que $a \leq b$.

- L'intervalle $[a; b]$ est l'ensemble de tous les nombres réels x compris entre a et b .
Ainsi, on peut noter :

$$[a; b] = \{x \in \mathbb{R} : a \leq x \leq b\}$$

- L'intervalle $[a; +\infty[$ est l'ensemble de tous les nombres réels x supérieurs à a .
Ainsi, on peut noter :

$$[a; +\infty[= \{x \in \mathbb{R} : a \leq x\}$$

- L'intervalle $] - \infty; b]$ est l'ensemble de tous les nombres réels x inférieurs à b .
Ainsi, on peut noter :

$$] - \infty; b] = \{x \in \mathbb{R} : x \leq b\}$$

Remarque 1.5 : —————

- Pour exclure une borne de l'intervalle, on utilisera un crochet tourné vers l'extérieur.
Par exemple, on a :

$$[-4; 10[= \{x \in \mathbb{R} : -4 \leq x < 10\}$$

- Lorsque le symbole ∞ est utilisé, le crochet se note systématiquement vers l'extérieur.
Par exemple, $[10; +\infty[$ ou encore $] - \infty; -4, 2]$.

Complément(s) : —————

Lire le savoir-faire 2 page 18 du manuel : « Identifier, représenter, utiliser un intervalle ».

Complément(s) : —————

Lire la vidéo « Inégalités et intervalles ».

**Complément(s) :** —————

Lire la vidéo « Noter les intervalles ».

**Complément(s) :** —————

Lire la vidéo « Déterminer si un nombre appartient à un intervalle ».

**Exercice(s) :** —————

Faire les exercices 32, 33, 36 et 37 p. 22.

Complément(s) : —————

Lire la vidéo « Cours sur les intervalles » (jusqu'à 12:30).

