

Chapitre 1

Calcul littéral 1

Sommaire

I.	Développer et factoriser	2
1.	Développer	2
2.	Factoriser	4
II.	Les identités remarquables	6
III.	Calculer avec des fractions	8
IV.	Calculer avec des puissances	13

Capacités :	Exercices :	Bilan :				
Développer et factoriser des expressions	Exercices du cours					
Développer/factoriser des identités remarquables	61 et 67 p. 51					
Transformer des expressions fractionnaires	44, 45, 49, 50 p. 50					
Transformer des expressions avec des puissances	15, 84 à 88 p. 46/52					

Richard DEDEKIND (1831 à 1916) est d'abord intéressé par la physique et la chimie, puis il se tourne vers les mathématiques de par la précision de cette matière.

Il construit l'ensemble des nombres réels en même temps que les mathématiciens MERAY et CANTOR par une méthode dite des coupures et définit alors sur cet ensemble un ordre, une multiplication et une addition.

Une anecdote :

DEDEKIND a lu sa propre mort dans *Calendrier des mathématiciens* à la date du 4 septembre 1899. Il répondit alors à l'auteur que ce jour là, il avait eu un entretien avec CANTOR et « qui, à cette occasion, ne me donna pas à moi, mais à mes erreurs, le coups de grâce ».



Une citation :

« En sciences, ce qui est démontrable ne doit pas être admis sans démonstration. »

I. Développer et factoriser

1. Développer

Définition 1.1 : ————— *Développer* —————

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exemple 1.2 : —————

Dire si les nombres suivants sont écrits sous leur forme développée :

• $A = x^2 - 4x$

• $B = 2(4x - 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 1.3 : ————— *Distributivité* —————

La distributivité :

.....
→

.....

.....
→

.....

La double distributivité :

.....
→

.....

Exemple 1.4 :

Développer les égalités suivantes :

- $C = x(x^2 - 5x + 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

- $D = (2x + 1)(-4x + 7)$

.....

.....

.....

.....

.....

Complément(s) :

Vidéo « Développer une expression (1) ».

**Complément(s) :**

Vidéo « Développer une expression (2) ».

**Exercice(s) :**

Déterminer la forme développée de chacune des expressions suivantes :

1. $A = (x - 1)(7x + 3) + 5(7x - 3)$;

3. $C = (x - 5)(9x + 3) + 5(9x - 3)$;

2. $B = (x - 8)(9x + 1) - 3(3 - 3x)$;

4. $D = 2(5x + 3)(x + 5) - 5(9x + 5)$.

2. Factoriser

Définition 1.7 : ————— *Factoriser* —————

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exemple 1.8 : —————

Dire si les nombres suivants sont écrits sous leur forme factorisée :

• $E = x^2 - 4x$

• $F = 2(4x - 1)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 1.9 : ————— *Distributivité* —————

←

.....

←

.....

La double distributivité :

←

.....

Exemple 1.10 :

Factoriser les égalités suivantes :

- $G = x^2 - 5x$

.....

.....

.....

.....

- $H = 3x^3 - 6x^2 + 9x$

.....

.....

.....

.....

Complément(s) :

Vidéo « Factoriser une expression (2) ».

**Exercice(s) :**

Déterminer la forme factorisée de chacune des expressions suivantes :

1. $E = 7(9 - 5x) - (9 - 5x)(8x + 2);$

3. $G = (8 - x)(2x + 6) - 6(2x + 6);$

2. $F = (6 - 5x)(x - 7) - 8x(6 - 5x);$

4. $H = -(4x + 1)(6 - x) + 5x(6 - x).$

Complément(s) :

Vidéo « Forme factorisée VS forme développée ».



II. Les identités remarquables

Propriété 1.13 :

On a 3 identités remarquables :

←

.....

.....

.....

..... →

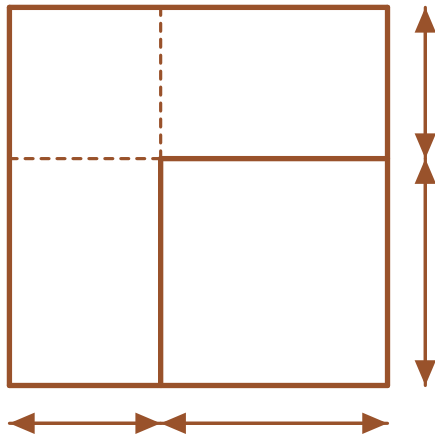
Démonstration 1.14 :

On a :

.....

On a :

.....



On a :

.....

Exemple 1.15 :

1. Développer, à l'aide des identités remarquables, les expressions suivantes :

- $I = (x - 2)^2$

.....

.....

.....

.....

- $J = (3x - 1)(3x + 1)$

.....

.....

.....

.....

Exemple 1.15(suite) :

2. Factoriser, à l'aide des identités remarquables, les expressions suivantes :

- $K = 144 - x^2$

.....

.....

.....

.....

- $L = 49 + 14x + x^2$

.....

.....

.....

.....

Complément(s) :

Savoir-faire 2 « Développer à l'aide des identités remarquables » page 44.

Complément(s) :

Vidéo « Développer à l'aide des identités remarquables ».

**Exercice(s) :**

Exercice 61 page 51.

Complément(s) :

Savoir-faire 3 « Factoriser à l'aide des identités remarquables » page 45.

Complément(s) :

Vidéo « Factoriser à l'aide des identités remarquables ».



Exercice(s) :

Exercice 67 page 51.

III. Calculer avec des fractions

Définition 1.18 : *Fraction*

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exemple 1.19 :

Donner la valeur du dénominateur et du numérateur :

• $M = \frac{12}{23}$

• $N = \frac{3x - 1}{4}$

• $O = \frac{x - 1}{-2x + 7}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 1.20 :

Pour tout $A \in \mathbb{R}$, $B \neq 0$ et $C \neq 0$, on a :

.....

.....

Remarque 1.21 :

.....

.....

.....

Exemple 1.22 :

Simplifier les quotients suivants :

• $P = \frac{33}{121}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• $Q = \frac{3x - 12}{4x - 16}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• $R = \frac{x^2 - 4}{x + 2}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Définition 1.23 : *Fraction irréductible*

.....

.....

.....

Exemple 1.24 :

Ecrire sous une forme irréductible les fractions suivantes :

• $S = \frac{27}{4}$

• $T = \frac{18}{4}$

• $U = \frac{150}{105}$

.....

.....

.....

Exercice(s) :

Exercices 44 et 45 page 55.

Propriété 1.25 : *Addition et Soustraction de Fractions*

Pour tous $A \in \mathbb{R}$, $B \neq 0$ et $C \in \mathbb{R}$, on a :

..... et

De plus, pour tous $A \in \mathbb{R}$, $B \neq 0$, $C \in \mathbb{R}$ et $D \neq 0$, on a :

.....

Complément(s) :

Savoir-faire 1 page 44 : « Transformer une écriture fractionnaire ».

Complément(s) :

Vidéo « Réduire au même dénominateur ».



Exemple 1.27 :

Calculer (en écrivant sous la forme d'une fraction) les nombres suivants :

• $V = \frac{12}{7} - \frac{9}{7}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• $W = \frac{3}{x} + \frac{x+1}{x-1}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• $X = \frac{4}{5} + \frac{7}{3}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• $Y = \frac{8-x}{x-2} - \frac{x}{x+5}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

 **Exercice(s) :**

Exercices 49 et 50 page 50.

Propriété 1.28 : ————— **Produit et Quotient de Fractions** —————

Pour tous $A \in \mathbb{R}$, $B \neq 0$, $C \in \mathbb{R}$ et $D \neq 0$, on a :

.....

Pour tous $A \in \mathbb{R}$, $B \neq 0$, $C \neq 0$ et $D \neq 0$, on a :

.....

Exemple 1.29 : —————

Calculer (en écrivant sous la forme d'une fraction) les nombres suivants :

• $Z = \frac{5}{2} \times \frac{3}{10}$

.....

• $\Gamma = \frac{3x - 7}{\frac{2x}{7x}}$

.....

Exemple 1.29(suite) :

- $\Omega = \frac{x}{2x-1} \times \frac{x-3}{x+5}$

- $\Delta = \frac{x}{\frac{x+3}{5}}$

IV. Calculer avec des puissances

Définition 1.30 : _____ *a* puissance *n* _____

Exemple 1.31 :

Calculer les nombres suivants :

- $\Sigma = 3^4$

- $\Psi = (-5)^3$

Remarque 1.32 :

.....

.....

.....

.....

Propriété 1.33 : ————— *Produit* —————

On considère deux nombres entiers n et m et deux nombres réels a et b .

Alors on a :

.....

.....

.....

Exemple 1.34 :

Calculer les nombres suivants :

• $\Xi = 10^2 \times 5^3$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

• $\Upsilon = (-2)^3 \times 2^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 1.35 : ————— *Puissance négative d'un nombre* —————

On considère un nombre réel a et un nombre entier n .

Alors on a :

.....

Propriété 1.36 : ————— **Quotient** —————

On considère deux nombres réels a et b et deux nombres entiers n et m .

Alors on a :

.....

.....

.....

Exemple 1.37 : —————

Calculer les nombres suivants :

• $\Theta = \frac{10^2}{5^3 \times 2}$

• $\Pi = \frac{(-2)^4}{8}$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Propriété 1.38 : ————— **Puissance de puissance** —————

On considère deux nombres réels a et b et deux nombres entiers n et m .

Alors on a :

.....

.....

.....

Exemple 1.39 : —————

Calculer le nombre suivant :

• $\Phi = (10^2)^3$

.....

.....

Complément(s) : —————

Savoir-Faire 4 page 46 « Simplifier des expressions avec des puissances ».

Complément(s) : —————

Vidéo « Appliquer les formules sur les puissances ».



Complément(s) :

Vidéo « Effectuer des calculs avec des puissances ».

**Exercice(s) :**

Exercices 15 page 46 et 84 à 88 page 52.