Exercice 1 : *(4 points)*

1. La forme canonique de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 + 8x - 7$ est :

   (a) $-(x+4)^2 + 9$ (b) $(x-4)^2 + 9$ (c) $\boxed{-(x-4)^2 + 9}$

2. La fonction g définie par $g(x) = -3(x-7)^2$ possède un discriminant qui vérifie :

   (a) $\boxed{\Delta = 0}$ (b) $\Delta < 0$ (c) $\Delta > 0$

3. Soit Δ le discriminant d'une fonction h tel que $\Delta > 0$. Alors :
   (a) h ne possède pas de forme canonique ni de forme factorisée.
   (b) $\boxed{h \text{ possède une forme factorisée et une forme canonique.}}$
   (c) h possède une forme factorisée mais pas de forme canonique.

4. Le trinôme $2x^2 - 12x + 18$ possède :

   (a) une seule racine. (b) $\boxed{\text{aucune racine.}}$ (c) deux racines distinctes.

Exercice 2 : *(8 points)*

1. Résoudre les équations suivantes :

   (a) $3x^2 - x - 4 = 0$;

   Soit Δ le discriminant de l'équation $3x^2 - x - 4 = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta &= b^2 - 4ac\\ &= (-1)^2 - 4 \times 3 \times (-4)\\ &= 1 + 48\\ &= 49\end{aligned}$$

   Comme $\Delta > 0$, l'équation $3x^2 - x - 4 = 0$ admet deux solutions :

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{1-\sqrt{49}}{2\times 3}\\ &= \frac{1-7}{6}\\ &= \frac{-6}{6}\\ &= -1\end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned}x_2 &= \frac{1+\sqrt{49}}{2\times 3}\\ &= \frac{1+7}{6}\\ &= \frac{8}{6}\\ &= \frac{4}{3}\end{aligned}$$

   Finalement, l'ensemble de $3x^2 - x - 4 = 0$ e

$$\left\{-1; \frac{3}{4}\right\}.$$

/3 points

1. (b) $-2x^2 = x + 5$.

On a :

$$-2x^2 = x + 5 \iff -2x^2 - x - 5 = 0$$

Soit Δ le discriminant de l'équation $-2x^2 - x - 5 = 0$:

$$\begin{aligned}\Delta &= (-1)^2 - 4 \times (-2) \times (-5)\\ &= 1 - 40\\ &= -39\end{aligned}$$

Comme $\Delta < 0$, l'équation $-2x^2 - x - 5 = 0$ n'admet pas de solution et donc l'équation $-2x^2 = x + 5$ non plus.

/1 point

2. Résoudre sans le calcul du discriminant les équations suivantes :

(a) $(x-2)^2 - 4x^2 = 0$;

On a :

$$\begin{aligned}(x-2)^2 - 4x^2 = 0 &\iff (x-2)^2 - (2x)^2 = 0\\ &\iff (x-2-2x)(x-2+2x) = 0\\ &\iff (-x-2)(3x-2) = 0\\ &\iff -x-2 = 0 \quad \text{ou} \quad 3x-2 = 0\\ &\iff -x = 2 \quad \text{ou} \quad 3x = 2\\ &\iff x = -2 \quad \text{ou} \quad x = \frac{2}{3}\end{aligned}$$

Finalement, l'ensemble de $(x-2)^2 - 4x^2 = 0$ e

$$\left\{-2; \frac{2}{3}\right\}.$$

/2 points

(b) $2(x+2)^2 = 32$.

On a :

$$\begin{aligned}2(x+2)^2 = 32 &\iff (x+2)^2 = 16\\ &\iff x+2 = \sqrt{16} \quad \text{ou} \quad x+2 = -\sqrt{16}\\ &\iff x+2 = 4 \quad \text{ou} \quad x+2 = -4\\ &\iff x = 2 \quad \text{ou} \quad x = -6\end{aligned}$$

Finalement, l'ensemble de $2(x+2)^2 = 32$ e

$$\left\{-6; 2\right\}.$$

/2 points

Exercice 3 : ***(5 points)***

On considère une fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -x^2 - 5x - 4$.

1. Donner la forme canonique.

On a :

$$\begin{aligned}\alpha &= \frac{-b}{2a} \\ &= \frac{5}{2\times(-1)} \\ &= -\frac{5}{2} \\ &= -2,5\end{aligned}$$

De plus, on a :

$$\begin{aligned}\beta &= f(-2,5) \\ &= -(-2,5)^2 - 5\times(-2,5) - 4 \\ &= 2,25.\end{aligned}$$

Donc, pour tout $x \in \mathbb{R}$, la forme canonique de la fonction f e

$$f(x) = -\left(x+2,5\right)^2 + 2,25$$

/2,5 points

2. Factoriser $f(x)$.

Soit Δ la discriminant de la fonction f :

$$\begin{aligned}\Delta &= (-5)^2 - 4\times(-1)\times -4 \\ &= 9\end{aligned}$$

Comme $\Delta > 0$, la fonction f po

$$\begin{aligned}x_1 &= \frac{-b-\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{5-\sqrt{9}}{2\times(-1)} \\ &= \frac{2}{-2} \\ &= -1\end{aligned} \quad \text{et} \quad \begin{aligned}x_2 &= \frac{-b+\sqrt{\Delta}}{2a} \\ &= \frac{5+\sqrt{3}}{2\times(-1)} \\ &= \frac{8}{-2} \\ &= -4\end{aligned}$$

La forme factorisée de la fonction f e

$$\begin{aligned}f(x) &= a(x-x_1)(x-x_2) \\ &= -(x+4)(x+1)\end{aligned}$$

/2,5 points

Exercice 4 : *(3 points)*

On considère la fonction Python suivante :

```
def Mystere(a,b,c) :
    A=-b/(2*a)
    B=a*A**2+b*A+c
    return(A,B)
```

1. Que renvoient `Mystere(2,12,14)` et `Mystere(2,12,-14)` ?

   `Mystere(2,12,14)` renvoie `(3, -4)` et `Mystere(2,12,-14)` renvoie `(3, -32)`.

   /2 points

2. Pour une fonction polynôme du second degré $ax^2 + bx + c$, que renvoie la fonction `Mystere` ?

   Pour une fonction polynôme du second degré, la fonction `Mystere` renvoie le couple α et β pré

   /1 point