Exercice 1 : ***(10 points)***

Un restaurant propose à sa carte deux types de dessert : un assortiment de macarons et une part de tarte tatin.
Des études statistiques montrent que :

- l'assortiment de macarons est choisi par 50 % des clients ;
- la part de tarte tatin, est choisie par 30 % des clients ;
- 20 % des clients ne prennent pas de dessert ;
- aucun client ne prend plusieurs desserts.

Le restaurateur a remarqué que :

- parmi les clients ayant pris un assortiment de macarons, 80 % prennent un café ;
- parmi les clients ayant pris une part de tarte tatin, 60 % prennent un café ;
- parmi les clients n'ayant pas pris de dessert, 90 % prennent un café.

On interroge au hasard un client de ce restaurant.
On note les événements suivants :

- M : « le client prend un assortiment de macarons » ;
- T : « le client prend une part de tarte tatin » ;
- P : « le client ne prend pas de dessert » ;
- C : « le client prend un café ».

1. En utilisant les données de l'énoncé, préciser la valeur de $P(T)$ probabilité de T et celle de $P_T(C)$ la probabilité de l'événement C sachant que l'événement T est réalisé.

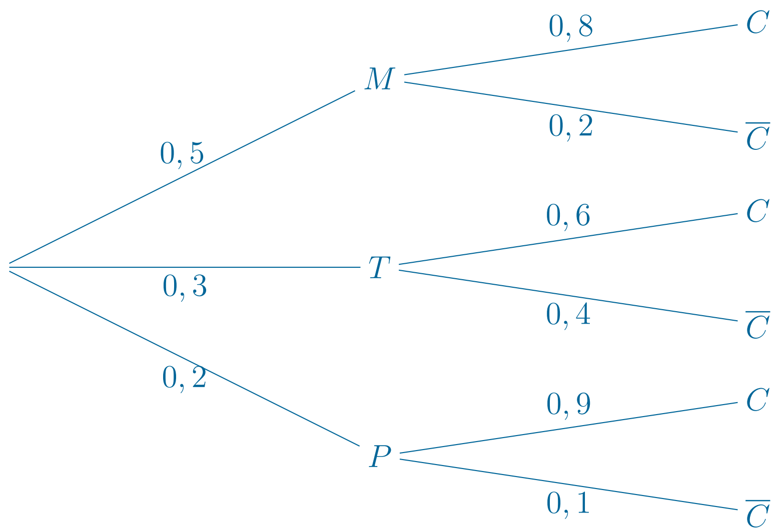
   On a

   $$P(T) = 0,3 \quad \text{et} \quad P_T(C) = 0,6$$

   /1 point

2. Illustrer cette situation à l'aide d'un arbre pondéré complet.

   On a l'arbre pondéré suivant :



   /2 points

3. (a) Exprimer par une phrase ce que représente l'événement $M \cap C$ puis calculer $P(M \cap C)$.

   $M \cap C$ e

   /0,5 point

En utilisant l'arbre pondéré, on a :

$$\begin{aligned} P(M \cap C) &= P(M) \times P_M(C) \\ &= 0,5 \times 0,8 \\ &= 0,4 \end{aligned}$$

/1 point

(b) Montrer que $P(C) = 0,76$.

Le M, T et P forment un sy

Ainsi, on peut appliquer la formule de

$$\begin{aligned} P(C) &= P(T \cap C) + P(P \cap C) + P(M \cap C) \\ &= 0,3 \times 0,6 + 0,2 \times 0,9 + 0,5 \times 0,8 \\ &= 0,18 + 0,18 + 0,4 \\ &= 0,76 \end{aligned}$$

/2 points

4. Quelle est la probabilité que le client prenne soit un café soit un assortiment de macarons ?

On cherche $P(C \cup M)$. On a alors

$$\begin{aligned} P(C \cup M) &= P(M) + P(C) - P(C \cap M) \\ &= 0,5 + 0,76 - 0,4 \\ &= 0,86 \end{aligned}$$

86 % de

/2 points

5. Quelle est la probabilité que le client prenne un assortiment de macarons sachant qu'il prend un café ? *(On donnera le résultat arrondi au centième)*

On cherche $P_C(M)$. On a alors :

$$\begin{aligned} P_C(M) &= \frac{P(C \cap M)}{P(C)} \\ &= \frac{0,4}{0,76} \\ &\approx 0,53 \end{aligned}$$

Environ 53% de

/1,5 point

Exercice 2 : *(4 points)*

Pour chacune des questions ci-dessous, indiquer si l'affirmation donnée est **vraie** ou **fausse** puis **justifier**.
Une réponse exacte sans justification ne rapporte aucun point.

1. Si $P(A) = \dfrac{1}{3}$ et $P_{\overline{A}}(B) = \dfrac{1}{6}$ alors $P(\overline{A} \cap \overline{B}) = \dfrac{5}{9}$.

   La pro

   On a :

$$\begin{aligned} P(\overline{A} \cap \overline{B}) &= P(\overline{A}) \times P_{\overline{A}}(\overline{B}) \\ &= \big(1 - P(A)\big) \times \big(1 - P_{\overline{A}}(B)\big) \\ &= \frac{2}{3} \times \frac{5}{6} \\ &= \frac{5}{9} \end{aligned}$$

/2 points

2. Soient A et B deux événements tels que $P_{\overline{A}}(B) \neq 0$, alors on a $P_{A\cap B}(C) = \dfrac{P(A \cap B \cap C)}{P_A(B) \times P(A)}$.

   La pro

   On a :

$$\begin{aligned} P_{A\cap B}(C) &= \frac{P(A \cap B \cap C)}{P(A \cap B)} \\ &= \frac{P(A \cap B \cap C)}{P_A(B) \times P(A)} \end{aligned}$$

/2 points

Exercice 3 : *(6 points)*

```
from random import *
def SimulationExperience() :
     B1=random.randint(1,100)
     if B1<21 :
         resultat1="Blanc"
         B2=random.randint(1,99)
         if B2<20 :
             resultat2="Blanc"
         else :
             resultat2="Noir"
     else :
         resultat1="Noir"
         B2=random.randint(1,99)
         if B2<21 :
             resultat2="Blanc"
         else :
             resultat2="Noir"
     return(resultat1,resultat2)
```

On note :

- $B\ell_1$: « la variable `B1` contient le texte `"Blanc"` »;
- $B\ell_2$: « la variable `B2` contient le texte `"Blanc"` ».

1. En lançant `SimulationExperience()`, la console affiche : `(Noir,Blanc)`.

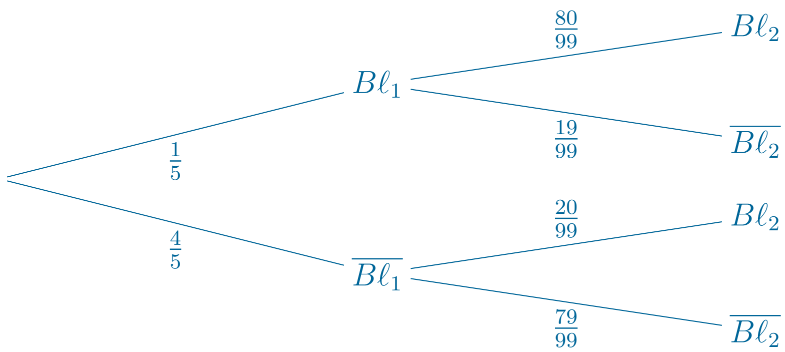
   Donner une valeur possible pour les variables `B1` et `B2`.

   Pour que la variable `B1` contienne la valeur `"Noir"`, elle doit contenir un nombre supérieur ou égal à 21 (ligne 4) et entier (entre 1 et 100 : ligne 3) : par exemple `50`.
   Pour que la variable `B2` contienne la valeur `"Blanc"`, elle doit contenir un nombre inférieur à 21 (ligne 14) et entier (entre 1 et 99 : ligne 13) : par exemple `11`

   /1 point

2. Décrire la situation par un arbre pondéré.

   On a l'arbre pondéré suivant :



   /2 point

3. Quelle est la probabilité que la variable `B2` contienne le texte `Noir` ?

   On cherche $P(\overline{B\ell_2})$. Le $B\ell_1$ et $\overline{B\ell_1}$ forment un sy
   ment

$$\begin{aligned}
P(\overline{B\ell_2}) &= P(B\ell_1 \cap \overline{B\ell_2}) + P(\overline{B\ell_1} \cap \overline{B\ell_2}) \\
&= \frac{1}{5} \times \frac{80}{99} + \frac{4}{5} \times \frac{79}{99} \\
&= \frac{396}{495} \\
&= \frac{4}{5}
\end{aligned}$$

   /2 points

4. Expliciter une situation où la fonction `SimulationExperience()` pourrait être la simulation de cette situation.

   On prend une urne dans laquelle il y a 100 boule
   simultanément deux boule

   /1 point