

Chapitre 5

Résolution algébrique d'équations et inéquations

Sommaire

I.	Règles sur les comparaisons	2
II.	Résolution algébrique d'équations	3
1.	Equations du premier degré	3
2.	Équations produit et équations quotient	7
III.	Résolution algébrique d'inéquations	9
1.	Inéquations du 1 ^{er} degré	9
2.	Tableau de signe de $ax + b$	10
3.	Inéquations produit et quotient	12

Capacités :	Exercices :	Bilan :				
Résoudre une équation du 1 ^{er} degré	106 p. 53 et exo du cours					
Résoudre une équation produit/quotient nul	108, 114 et 116 p. 53					
Résoudre une inéquation du 1 ^{er} degré	34 et 35 p. 49					
Donner le tableau de signes de $ax + b$	18 p. 212					
Donner le tableau de signes d'un produit et quotient	19, 20 et 21 p. 212					

Pierre FERMAT (de 1601 à 1665) est un mathématicien français ayant fait des études de droit entre Toulouse et Bordeaux. Il échange beaucoup avec les mathématiciens de son époque et bien qu'il soit réticent à publier ses résultats, il reste l'un des mathématiciens les plus denses de son époque.

Une anecdote :

Pierre De FERMAT énonce en 1670 une conjecture appelée « Grand théorème de Fermat ». Depuis cette époque nombre de mathématiciens ont tenté de la démontrer. C'est seulement en 1994 que le mathématicien anglais Andrew WILES résout ce problème.



I. Règles sur les comparaisons

Propriété 5.1 : Comparaison de deux nombres

On considère $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$.

-
-

Autrement dit,

Propriété 5.2 : Transitivité des comparaisons

On considère $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$.

.....

Propriété 5.3 : Somme et comparaisons

On considère $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$ et $d \in \mathbb{R}$.

-
-

Autrement dit,

Propriété 5.4 : Comparaisons et multiplication

On considère $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$ et $c \in \mathbb{R}$.

-
-

Propriété 5.5 :

On considère $a \in \mathbb{R}$, $b \in \mathbb{R}$, $c \in \mathbb{R}$ et $d \in \mathbb{R}$ tous positifs.

.....

Autrement dit,

II. Résolution algébrique d'équations

Propriété 5.6 : ————— Equations équivalentes —————

Deux équations sont équivalentes lorsqu'on peut passer d'une équation à l'autre en effectuant les opérations suivantes (sur les deux membres de l'équation) :

-
-
-
-

Remarque 5.7 : —————

Exemple 5.8 : —————

Démontrer que l'équation $2x - 2 = 7 - x$ est équivalente à $3x = 9$.

1. Equations du premier degré

Définition 5.9 : ————— Équation du 1^{er} degré —————

Exemple 5.10 :

Démontrer que les équations suivantes sont des équations du premier degré :

- $3x - 12 = 2(4 - x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- $x^2 - 3x + 7 = (x - 2)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Méthodologie 5.11 : ———— *Résolution d'une équation du 1^{er} degré* ————

Pour résoudre une équation du 1^{er} degré, on effectue les étapes suivantes :

-
-
-
-
-

Exemple 5.12 :

Résoudre les équations suivantes :

- $3x - 12 = 7(4 - x)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- $x^2 - 3x + 7 = (x - 5)^2$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Remarque 5.13 :

-
-
-

.....

.....

 **Exercice(s) :**

Exercice 106 p. 53

Exercice(s) :

Résoudre les équations suivantes :

1. $5x + 7 = 9x - 1$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. $-x + 12 = x + 8$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. $3(x - 1) = -(4x - 6)$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Complément(s) :

Vidéo « Résoudre une équation »



2. Équations produit et équations quotient

Propriété 5.14 : ————— **Produit nul** —————

.....

.....

.....

.....

Exemple 5.15 : —————

Résoudre l'équation $(2x + 1)(8x - 4) = 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Complément(s) : —————

Vidéo « Résoudre une équation produit (1) »



Complément(s) : —————

Vidéo « Résoudre une équation produit (2) »



 **Exercice(s) :** —————

Exercices 108 p. 53 et 114 p. 53.

Propriété 5.16 : ————— **Quotient nul** —————

Exemple 5.17 : —————

Résoudre l'équation $\frac{3x + 1}{8x - 5} = 0$.

 **Exercice(s) :** —————

Exercice 116 (excepté question b) p. 53.

Complément(s) : —————

Vidéo « Résoudre une équation quotient (1) »



Complément(s) : —————

Vidéo « Résoudre une équation quotient (2) »



III. Résolution algébrique d'inéquations

1. Inéquations du 1^{er} degré

Définition 5.18 : ————— *Inéquation du 1^{er} degré* —————

.....

.....

.....

Propriété 5.19 : —————

On transforme une inéquation en une inéquation équivalente par les opérations suivantes :

-
-
-
-
-

Exemple 5.20 : —————

Résoudre les inéquations suivantes :

- $3x - 1 \geq 0$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Exemple 5.20(suite) :

- $-4x + 8 > 12.$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Complément(s) :

Lire le Savoir-Faire 8 p. 49 « Résoudre des inéquations »

Exercice(s) :

Exercices 34 et 35 p. 49

2. Tableau de signe de $ax + b$

Méthodologie 5.21 : ————— **Tableau de signe de $ax + b$** —————

Pour donner le tableau de signe de $ax + b$, on procède de la manière suivante :

1.
2.

x	$-\infty$	$+\infty$
Signe de $ax + b$		

Remarque 5.22 :

On pourrait retrouver les résultats contenus dans le tableau de signe précédent en résolvant :

-
-
-

Exemple 5.23 :

Donner le tableau de signes des expressions suivantes :

- $4x - 1$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- $-2x - 7$.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Complément(s) :

Lire le Savoir-Faire 6 (question 1) p. 212 « Dresser le tableau de signes d'une fonction »

 **Exercice(s) :**

Exercice 18 p. 212

3. Inéquations produit et quotient

Propriété 5.24 : ————— *Signe d'un produit et quotient* —————

-
-

Méthodologie 5.25 : ————— *Etudier le signe d'un produit* —————

Pour étudier le signe d'un produit $\blacksquare \times \blacktriangle$, on procède de la manière suivante :

1.
2.

Exemple 5.26 : —————

Etudier le signe de la fonction f définie par $f(x) = (3x - 1)(-4x + 5)$.

 **Exercice(s) :**

Exercices 20 et 21 p. 213 (questions a et c)

Exemple 5.29 :Etudier le signe de la fonction g définie par $g(x) = \frac{-x + 7}{-x - 9}$.**Exemple 5.30 :**Résoudre l'inéquation $\frac{-x + 1}{4x + 5} \geq 0$.