

Chapitre 9

Variations & Extrema des fonctions

Sommaire

I.	Variations des fonctions	2
II.	Extrema d'une fonction	4

Capacités :	Exercices :	Non Acquis	Aquis
Décrire avec un vocabulaire adapté les variations d'une fonction	6 à 9 p. 242,		
Comparer les images de deux nombres	15 et 16 p. 244, 5§ à 58 p. 254		
Construire un tableau de variations à partir d'une courbe	6 à 9 p. 242,		
Déterminer le maximum ou le minimum d'une fonction sur un intervalle	15 et 16 p. 244, 64 p. 254		
Résoudre un problème d'optimisation			

I. Variations des fonctions

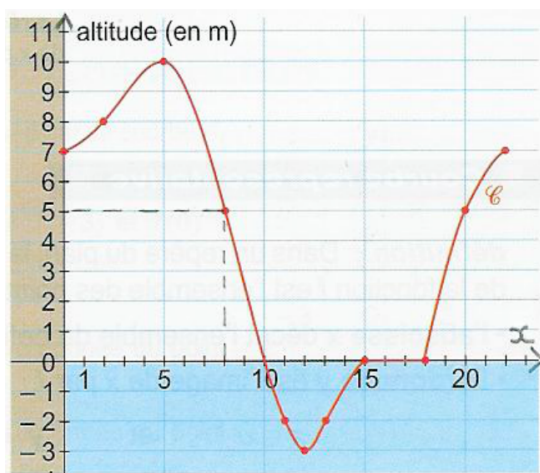
Activité 9.1 :

Un oiseau de mer se niche sur une falaise de 7 mètres de hauteur.

La courbe ci-contre représente l'altitude de l'oiseau en fonction de la distance qui le sépare de la falaise.

L'altitude et la distance à la côte sont exprimées en mètres.

Sur le graphique, on peut lire par exemple qu'à 8 mètres de la côte, l'oiseau est à une altitude de 5 mètres.



1. Pour chaque distance de la falaise x , donner l'altitude correspondante :

Distance de la côte (en m.) x :	0	2	5	8	10	12	15	18	22
Altitude (en mètres) :									

2. Décrire le déplacement de l'oiseau en suivant le model suivant :

Lorsque l'oiseau est entre 0 et 5 mètres de la falaise, il monte.

3. Compléter le tableau suivant avec l'aide de votre professeur :

x	
Var f	

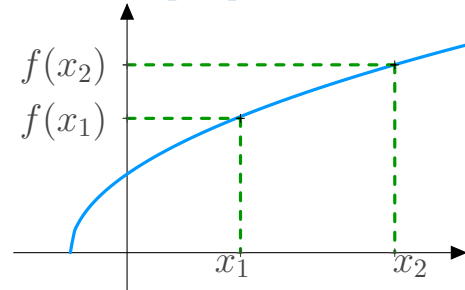
Définition 9.2 : **Fonction Croissante**

Une fonction f est croissante sur un intervalle I signifie que, lorsque la variable augmente dans l'intervalle I , leur image augmente aussi.

Algébriquement :

On dit que f conserve l'ordre.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \in I \\ x_2 \in I \\ x_1 < x_2 \end{array} \right\} \implies f(x_1) < f(x_2)$$

Graphiquement :

La fonction f « monte » sur I .

Exemple 9.3 :

1. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f de l'activité précédente est-elle strictement croissante ?
2. Comparer $f(3,1)$ et $f(3,2)$. Expliquer

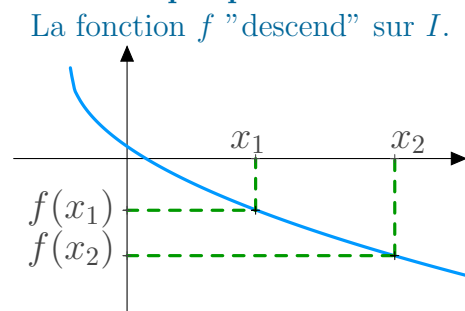
Définition 9.4 : **Fonction décroissante sur I**

Une fonction f est décroissante sur un intervalle I signifie que lorsque la variable augmente dans l'intervalle I , leur image diminue.

Algébriquement :

On dit que f inverse l'ordre.

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \in I \\ x_2 \in I \\ x_1 < x_2 \end{array} \right\} \implies f(x_1) > f(x_2)$$

Graphiquement :

La fonction f « descend » sur I .

Exemple 9.5 :

1. Sur quel(s) intervalle(s) la fonction f de l'activité précédente est-elle strictement décroissante ?
2. Comparer $f(9,7)$ et $f(10,2)$. Expliquer

Définition 9.6 : **La fonction constante**

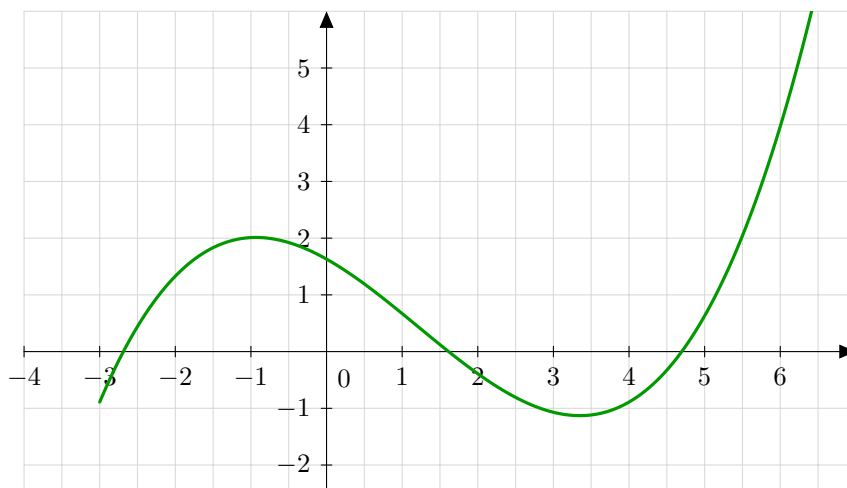
La fonction f est constante sur I lorsque tous les nombres contenus dans I ont la même image.

Remarque 9.7 :

On résume le sens de variation d'une fonction par un tableau de variation.

Exemple 9.8 :

Dresser le tableau de variation de la fonction f suivante :

**Complément(s) :**

Savoir-Faire 1 p. 242 « Décrire les variations d'une fonction » et Savoir-Faire 3 p. 244 « Exploiter un tableau de variations ».

Exercice(s) :

Exercices 56 à 58 p. 254.

Exercice(s) :

Exercices 6 à 9 p 242.

II. Extrema d'une fonction

Définition 9.9 : *Maximum d'une fonction*

Le maximum d'une fonction f sur un intervalle I est la plus grande image possible sur l'intervalle I atteinte pour un nombre réel $a \in I$.

Ainsi, pour tout $x \in I$, on a :

$$f(x) \leq f(a)$$

On dit alors que le maximum de la fonction f est $f(a)$ atteint pour $x = a$.

Exemple 9.10 :

En reprenant le tableau de variations donné dans l'exercice 58 p. 254, indiquer le maximum de la fonction f sur son domaine de définition ainsi que sur l'intervalle $[-20; 5]$.

Définition 9.11 : ————— **Minimum d'une fonction** —————

Le minimum d'une fonction f sur un intervalle I est la plus petite image possible sur l'intervalle I atteinte pour un nombre réel $a \in I$.

Ainsi, pour tout $x \in I$, on a :

$$f(x) \geq f(a)$$

On dit alors que le minimum de la fonction f est $f(a)$ atteint pour $x = a$.

Exemple 9.12 :

En reprenant le tableau de variations donné dans l'exercice 58 p. 254, indiquer le minimum de la fonction f sur son domaine de définition ainsi que sur l'intervalle $[-20; 5]$.

 **Exercice(s) :**

Exercices 64 et 65 (question 1 uniquement + description des variations + tableau de variations + tableau de signes) p. 255

 **Exercice(s) :**

Exercices 15 et 16 p. 244.